
Table des matières

I Lois de Descartes	2
1. Modèle de l'optique géométrique	2
2. Propriétés de l'indice lumineux	2
3. Lois de Snell-Descartes	3
II Vocabulaire des systèmes centrés	4
1. Objet et image	4
2. Stigmatisme et aplanétisme	4
3. Condition de Gauss	5
4. Aberrations	5
5. Foyer et plan focal	6
III Lentilles et miroirs dans l'approximation de Gauss	6
1. Miroir plan	6
2. Lentilles minces	7
3. Miroirs sphériques	8
IV Quelques manipulations essentielles	9
1. Projection avec une lentille mince	9
2. Réalisation d'une source rejetée à l'infini - autocollimation	10
3. Élargissement d'un faisceau laser	10

I. Lois de Descartes

1. Modèle de l'optique géométrique

Modèle de l'optique géométrique

Rappelons les points essentiels du modèle de l'optique géométrique :

- ★ La lumière se propage le long de trajectoire appelés rayons lumineux.
- ★ Les milieux transparents sont caractérisés par leur indice optique n qui peut dépendre de la couleur de la lumière.
- ★ La lumière se propage rectilignement dans un milieu homogène.

Approximation de l'optique géométrique

Le modèle géométrique n'est valable que si les caractéristiques des milieux traversés varient peu à l'échelle de la longueur d'onde.

Cette approximation est en général satisfaisante car les longueurs d'onde dans le domaine visible, inférieures à $1 \mu\text{m}$, sont faibles devant toute dimension macroscopique.

Lien avec l'électromagnétisme

Un onde lumineuse peut être décrite en tout point de l'espace par un champ électromagnétique se propageant

- selon la direction du vecteur d'onde $\vec{k}(\text{M})$;
- avec une vitesse de propagation $c(\text{M})$.

Il convient alors de définir le **rayon lumineux** comme une courbe tangente en tous ses points au champ $\vec{k}(\text{M})$, c'est-à-dire une ligne de champ du champ $\vec{k}(\text{M})$.

On définit aussi l'**indice lumineux**, caractéristique du milieu dans lequel l'onde se propage par :

$$n(\text{M}) = \frac{c_0}{c(\text{M})}$$

où c_0 est la célérité des ondes lumineuses dans le vide.

2. Propriétés de l'indice lumineux

Ordre de grandeur

milieu	n
vide	1
air	$\simeq 1,0003$
eau	1,33
verre crown	1,52
diamant	$\simeq 2,4$

Milieu inhomogène

L'indice lumineux dépend en général du point M. Pour les gaz dilués, l'indice lumineux vérifie la **loi de Gladstone** :

$$n - 1 = \kappa\rho$$

avec κ une constante et ρ la masse volumique. L'inhomogénéité de l'indice de l'air est à l'origine du phénomène des mirages.

Milieu dispersif

L'indice lumineux dépend en général de la longueur d'onde. Par exemple, de nombreux verres satisfont à la **loi de Cauchy** :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

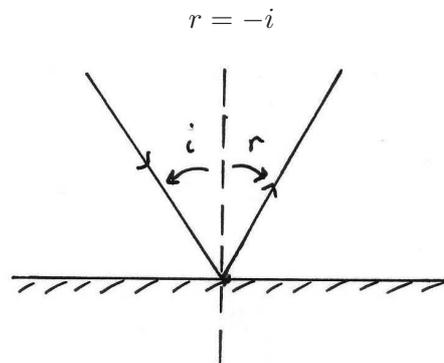
où A et B sont deux constantes positives (cf. TP Goniomètre - Spectrométrie à prisme).

3. Lois de Snell-Descartes

Réflexion

Un rayon lumineux arrivant sur une surface réfléchissante (miroir) est réfléchi.

Le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence (1^{ère} loi de Descartes) et les angles d'incidence et de réflexion sont opposés (2^{ème} loi de Descartes) :

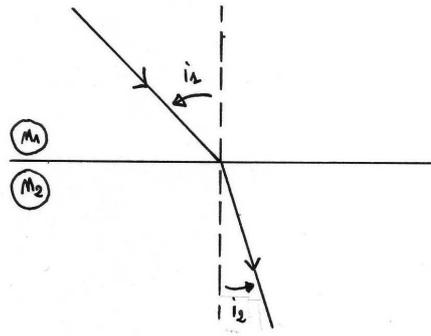


Réfraction

Un rayon lumineux arrivant sur un dioptré séparant deux milieux d'indice n_1 et n_2 est réfracté.

Le rayon réfracté est contenu dans le plan d'incidence (1^{ère} loi de Descartes) et les angles d'incidence et de réfraction sont liés aux valeurs des indices (2^{ème} loi de Descartes) :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$



II. Vocabulaire des systèmes centrés

Un **système centré** (\mathcal{S}) est un système optique admettant un axe de symétrie Δ , appelé **axe optique** du système.

1. Objet et image

Objet

A est un **point objet** pour (\mathcal{S}) s'il se trouve à l'intersection des rayons incidents (pour (\mathcal{S})) ou leur prolongement.

- ★ L'**objet** est **réel** si l'intersection des rayons a lieu avant (\mathcal{S}).
- ★ L'**objet** est **virtuel** si le prolongement des rayons incidents se dirigent vers l'objet, il se situe alors après ou dans (\mathcal{S}).

Image

A' est un **point image** pour (\mathcal{S}) s'il se trouve à l'intersection des rayons émergents (de (\mathcal{S})) ou leur prolongement.

- ★ L'**image** est **réelle** si l'intersection des rayons a lieu après (\mathcal{S}).
- ★ L'**image** est **virtuelle** si l'intersection obtenue par le prolongement des rayons émergents a lieu avant ou dans (\mathcal{S}).

Une image ou un objet réel pourra toujours être matérialisé par un écran, ce qui est impossible pour un objet ou une image virtuel.

2. Stigmatisme et aplanétisme

Stigmatisme

Un système optique (\mathcal{S}) est **rigoureusement stigmatique** si tous les rayons issus de A, après avoir traversé le système optique, passent par l'unique point A'.

Dans ce cas, l'image du point A est le point A', on dit que A' est le conjugué de A.

Il y a **stigmatisme approché** lorsque tout rayon passant par un point objet A passe, après avoir traversé le système optique, au voisinage d'un point A'.

Aplanétisme

Pour tout système stigmatique possédant un axe optique Δ , il y a aplanétisme si pour un objet AB plan et perpendiculaire à Δ , son image A'B' est plane et perpendiculaire à Δ .

Pour caractériser la position de B', on complète la relation de conjugaison qui permet de trouver A' par une relation de grandissement qui donne le rapport

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

appelé **grandissement transversal**

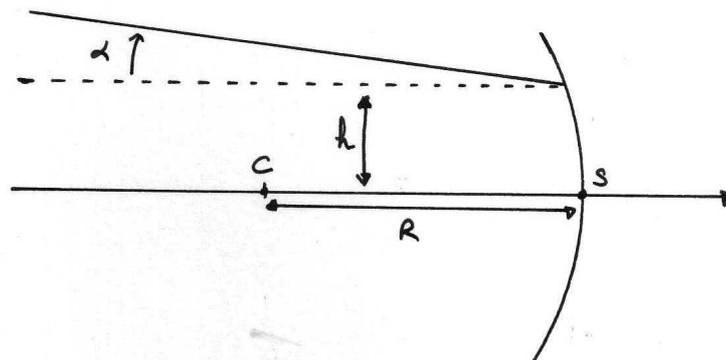
3. Condition de Gauss

Conditions de Gauss

Pour tout système optique centré, l'approximation de Gauss consiste à considérer des **rayons paraxiaux**, c'est-à-dire des rayons lumineux faiblement inclinés par rapport à l'axe optique et proche de l'axe optique.

Dans ces conditions il y a **stigmatisme et aplanétisme approché**.

Dans la pratique, on dit qu'un rayon lumineux est paraxial s'il est l'inclinaison par rapport à l'axe optique $|\alpha| < 10^\circ$ et qu'il frappe le dioptre ou le miroir à une distance h faible devant son rayon de courbure R. La limitation $h \ll R$ est souvent réalisée à l'aide d'un **diaphragme**.



4. Aberrations

En absence de diaphragme, les rayons non paraxiaux contribuent à déformer les images : on dit qu'on observe des **aberrations géométriques**.

D'autre part, la position et la taille des images dépend (sauf pour les miroirs) de la longueur d'onde λ via l'indice n , provoquant une dispersion des couleurs : on parle alors d'**aberrations chromatiques**.

5. Foyer et plan focal

Foyers

On appelle **foyer objet** le point F dont l'image est situé à l'infini sur l'axe optique.
On appelle **foyer image** le point F' qui est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique.

Un **système optique est afocal** si ses foyers sont rejetés à l'infini, ie si l'image d'un point à l'infini est à l'infini.

Plans focaux

Le **plan focal objet** est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par le foyer objet F .
Le **plan focal image** est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par le foyer image F' .

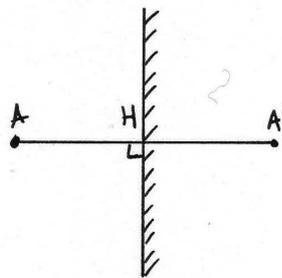
On appelle **foyer secondaire** un point situé dans le plan focal.

III. Lentilles et miroirs dans l'approximation de Gauss

1. Miroir plan

Le miroir plan est le seul système optique qui présente un stigmatisme et un aplanétisme rigoureux.

Schéma

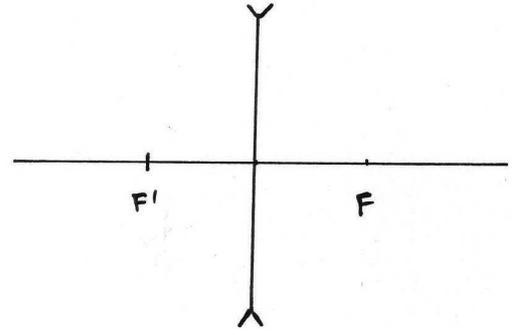
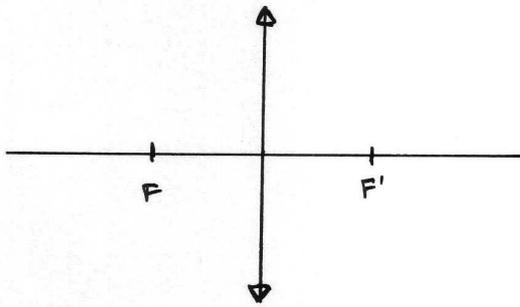


Formule de conjugaison

$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$$

2. Lentilles minces

Schémas



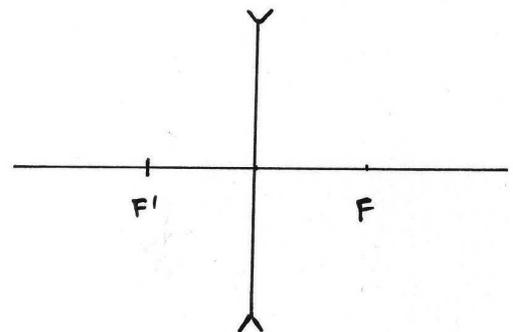
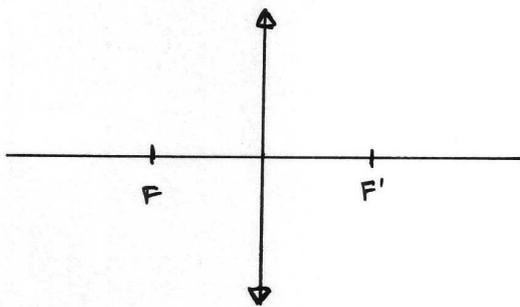
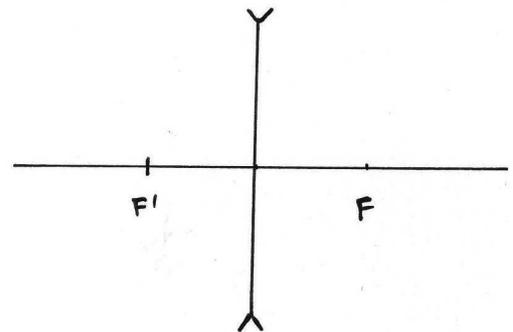
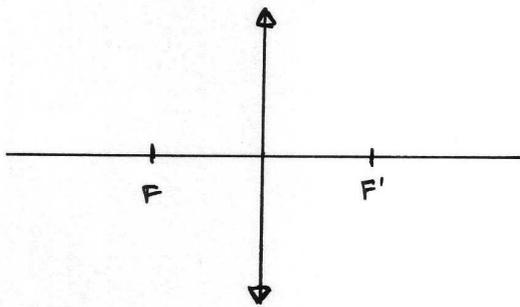
Formules de conjugaison

Formule de Descartes (avec origine au centre) $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$
Formule de Newton (avec origine aux foyers) $\overline{FA} \overline{F'A'} = \overline{OF} \overline{OF'} = f f' = -f'^2$

Grandissement

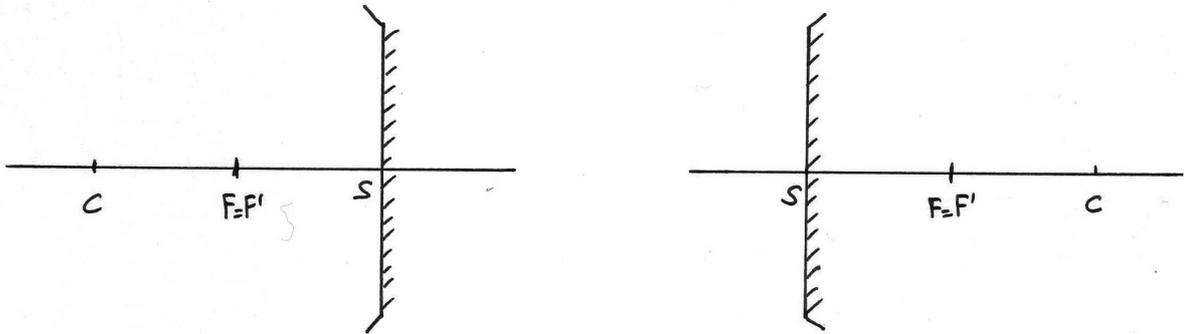
avec origine au centre $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
avec origine aux foyers $\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

Tracés



3. Miroirs sphériques

Schémas



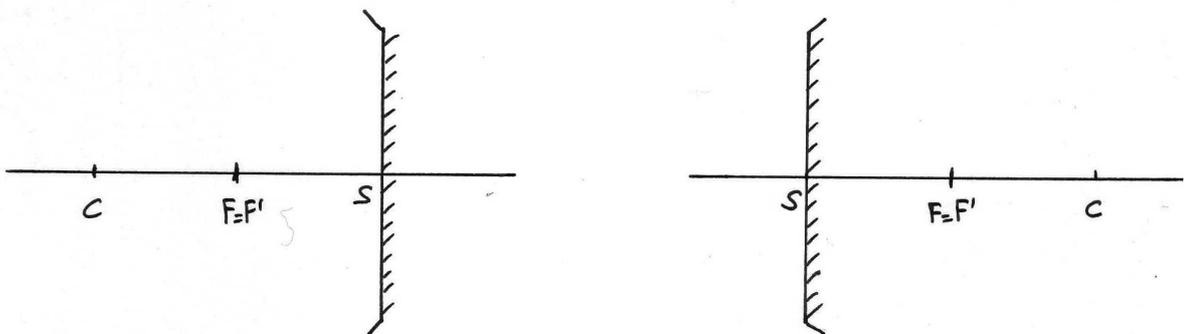
Formules de conjugaison

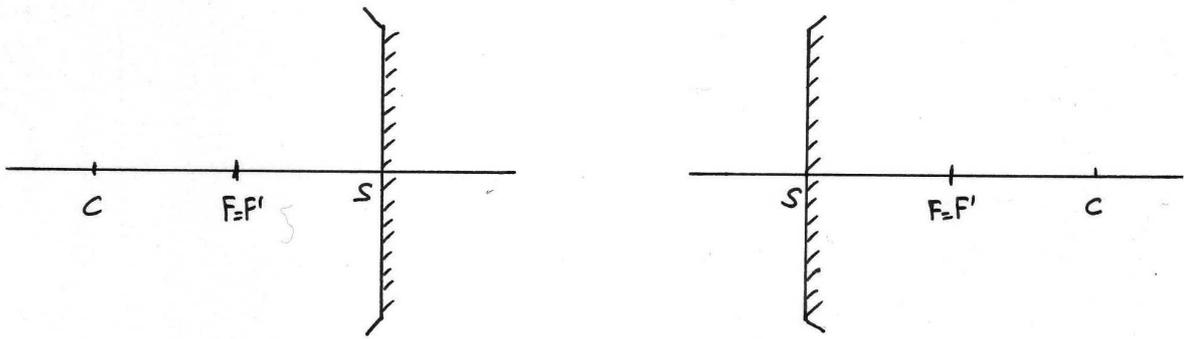
Formule de Descartes (avec origine au sommet)	$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{1}{f'}$
Formule de Descartes (avec origine au centre)	$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} = \frac{1}{\overline{FS}} = -\frac{1}{f'}$
Formule de Newton (avec origine aux foyers)	$\overline{FA} \overline{F'A'} = \overline{SF} \overline{SF'} = f f' = f'^2$

Grandissement

avec origine au sommet	$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$
avec origine au centre	$\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$
avec origine aux foyers	$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = -\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$

Tracés

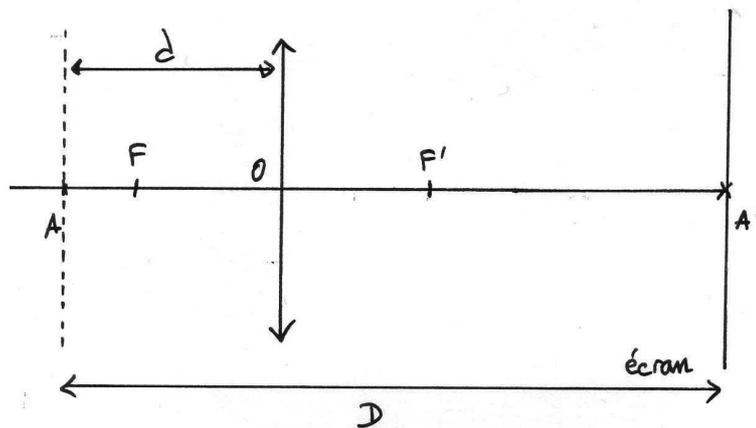




IV. Quelques manipulations essentielles

1. Projection avec une lentille mince

Une lentille mince divergente ne permet pas d'obtenir une image réelle d'un objet réel. Pour réaliser la projection d'un objet AB sur un écran distant de D , on utilise donc une **lentille mince convergente** de focale f' .



Sa position $\overline{AO} = d$ par rapport à l'objet doit être telle que $\overline{OA'} = D - d$ soit

$$\frac{1}{D-d} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'}$$

d'où

$$d^2 - Dd + Df' = 0$$

Cette équation du second degré n'a de solutions réelles que si son discriminant est positif soit

$$\Delta = D^2 - 4Df' > 0$$

soit au final

$$D > 4f'$$

On ne peut réaliser une projection que si la focale f' de la lentille est inférieure au quart de la distance D entre l'objet et l'écran.

Pour $D > 4f'$ l'équation du second degré a deux racines correspondant à des grossissements inverses l'un de l'autre : seule une des positions est en général utile.

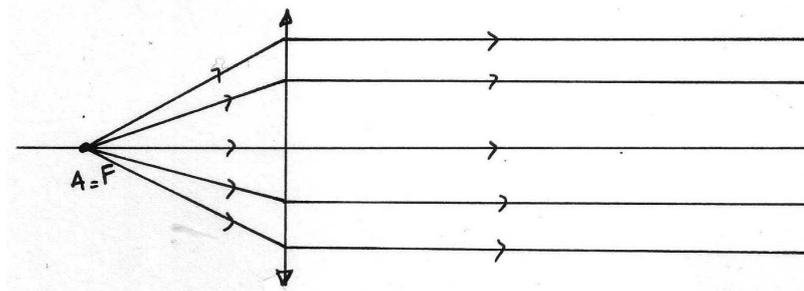
Si $D = 4f'$ on obtient une unique solution correspondant à un grandissement $\gamma = -1$ appelé position de Silberman.

Si on veut un grandissement $|\gamma| \gg 1$, alors il faut $f' \ll D$ et $A \simeq F$, et on peut alors faire l'approximation $|\gamma| = D/f'$ et les valeurs de $|\gamma|$ et D fixent le choix de la lentille.

ex

2. Réalisation d'une source rejetée à l'infini - autocollimation

On souhaite créer un **objet à l'infini**, c'est-à-dire réaliser un **collimateur**. Pour cela on dispose un trou source (diaphragme éclairé par une lampe) dans le plan focal d'une lentille convergente.



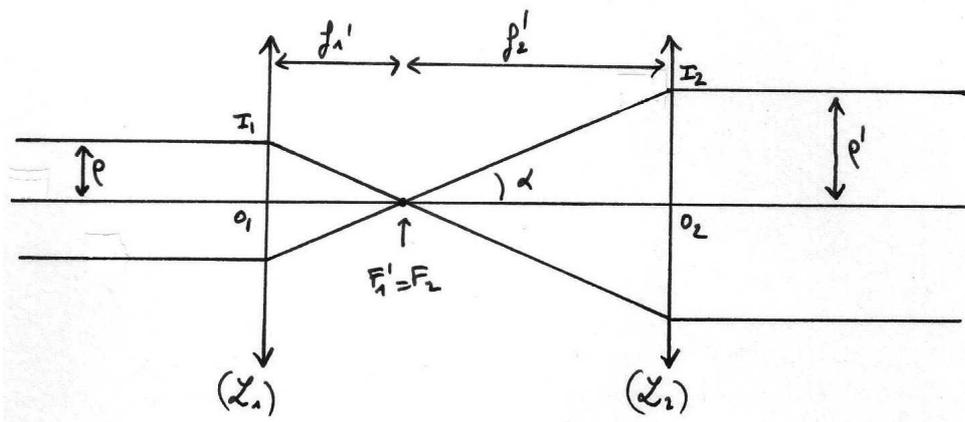
Dans la pratique, on plaque un miroir plan derrière la lentille et on déplace l'ensemble { lentille + miroir } par rapport au trou source fixe jusqu'à ce qu'une image nette vienne se former dans le plan du trou source (c'est-à-dire sur la partie opaque du diaphragme).

justification

3. Élargissement d'un faisceau laser

Un **faisceau laser** est assimilé à un ensemble de rayons lumineux émis par un point source S à l'infini, occupant un cylindre de rayon ρ de l'ordre du millimètre

Pour élargir le faisceau on utilise un montage de type lunette astronomique.



On établit facilement que

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{O_2 I_2}{O_1 I_1} = \frac{\alpha f_2'}{\alpha f_1'} = \frac{f_2'}{f_1'}$$