Table des matières

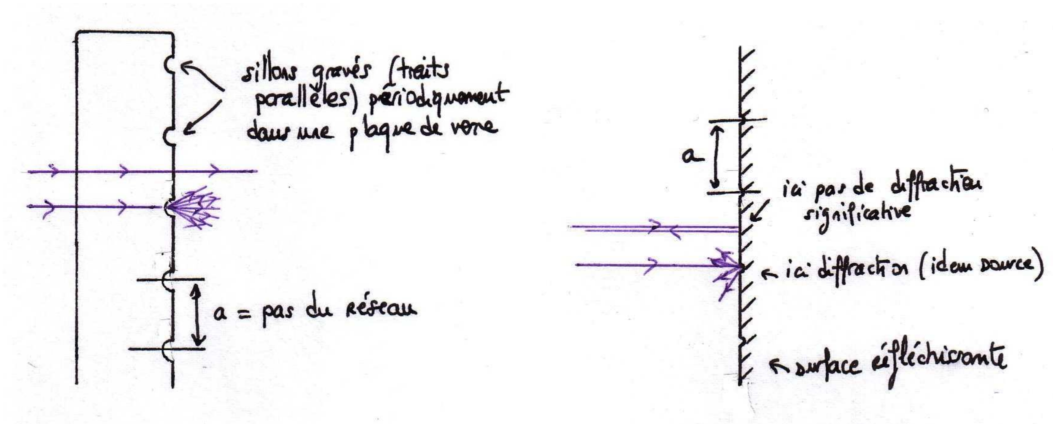
En caractères droits : les parties cours. *En italique : les parties TP.*

I. Généralités

1. Réseau de diffraction

Un **réseau de diffraction** est un ensemble périodique d'un grand nombre de motifs diffractants identiques, de taille non très grande devant λ_0.

Les résaux sont utilisés en **spectroscopie** (analyse des composantes spectrales d'une lumière polychromatique). Il existe deux sortes de réseaux, les réseaux par transmission, ceux que l'on utilisera en travaux pratiques, et les réseaux par réflexion, préféré lors d'une étude spectrométrique précise.



(a) réseau par transmission

(b) réseau par réflexion

Figure 1 – Différents types de réseau : les réseaux par transmission présentent des hétérogénéïtés qui produisent des différences de marche parasites, on préfère en spectrométrie utiliser des réseaux par réflexion.

On peut modéliser le réseau de diffraction par un ensemble d'un grand nombre N de fentes allongées, très fines (de largeur e non très grande devant λ_0), parallèles et équidistantes. La distance entre deux fentes successives est appelée **pas du réseau**, on la note ici a.

Les constructeurs notent le nombre de fentes par unité de longeur, par exemple $n = 500$ traits au millimètre d'où $a = 1/n = 2$ μm. Typiquement, le réseau est éclairé sur une largeur de 2 cm, ce qui donne environ N = 10 000 fentes éclairées. On observera la combinaison de la diffraction par une fente (de largeur e) et l'interférence entre N fentes (interférences à *ondes multiples*).

Réseau	n (traits/mm)	a (μm)	N pour 2 cm éclairé
« mauvais »	100		
« bon »	1 000		

Table 1 – Ordres de grandeurs pour un « bon » et un « mauvais » réseau.

On peut montrer (cf. chapitre précédent) que si la taille du motif diffractant est de l'ordre de λ_0, le motif se comporte comme une source quasi-isotrope quelquesoit l'incidence des rayons incidents.

(a) rayonnement non isotrope (b) source isotrope

FIGURE 2 – Cône de diffraction en fonction de la taille e du motif diffractant

Dans la suite on suppose qu'on se trouve le cas de N sources isotropes. Nous traiterons le cas d'un motif diffractant de taille finie en exercice.

2. Conditions d'utilisation

Pour assurer les conditions de FRAUHOFER, un réseau doit être éclairé par une onde plane, que l'on peut obtenir avec un point source placé au foyer d'une lentille mince convergente ou **collimateur** et dont la direction peut être repérée par l'angle d'incidence i_0.

Les fentes étant longues, la lumière est diffractée uniquement dans le plan perpendiculaire à la direction des fentes. On doit observer à l'infini dans une direction repérée par l'angle i ; pour cela on peut utiliser l'œil ou une **lunette afocale** ou encore observer dans le plan focal d'une lentille convergente.

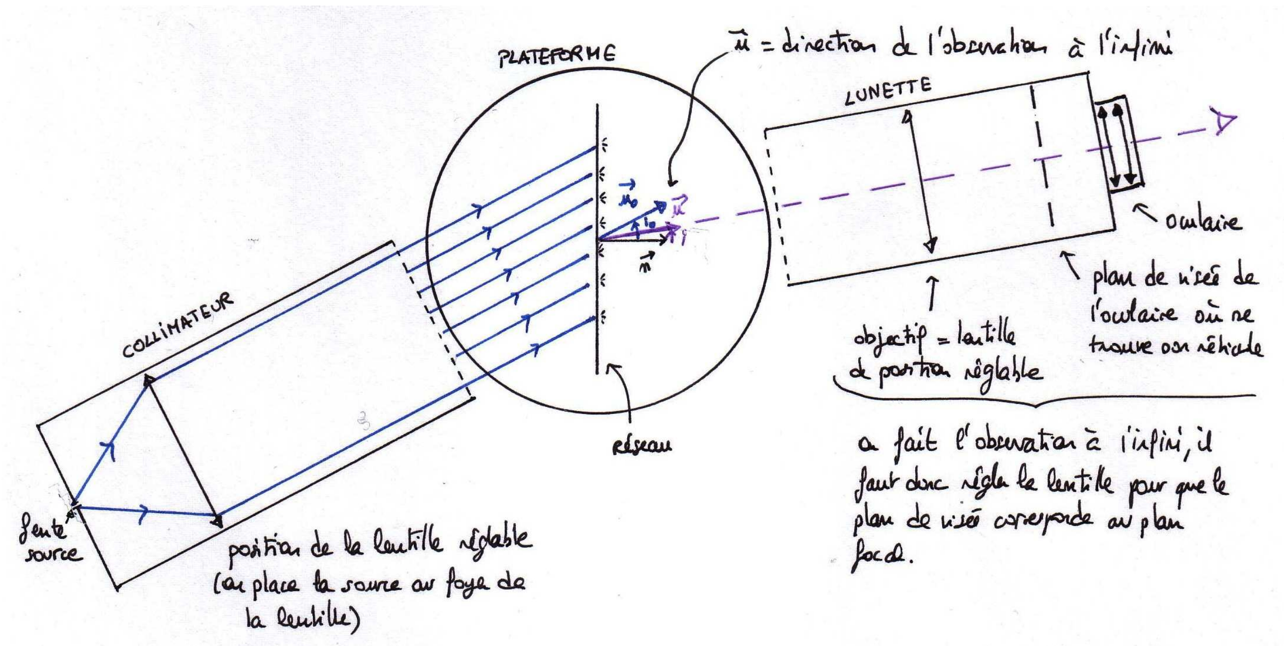


FIGURE 3 – Montage spectrométrique à réseau : utilisation du goniomètre.

La théorie développée dans le chapitre précédent concerne les rayons faiblement inclinés par rapport aux lentilles (conditions de GAUSS) et par rapport à la normale au plan de la pupille. Le fait d'utiliser deux systèmes distincts (collimateur et lunette) pour éclairer le réseau et pour observer l'éclairement à l'infini, permet de prendre de grandes valeurs de i_0 et i sans violer l'approximation de Gauss. Mais il nous faut admettre qu'on peut encore utiliser le principe de Huygens-Fresnel pour de grands angles par rapport à la normale du réseau, ce qui n'est qu'une approximation.

II. Formule des réseaux

1. Réseaux par transmission

Grâce à la figure ci-dessous, dans un plan perpendiculaire aux fentes (donc une fente est vue comme un point), calculons la différence de marche, en lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0, entre source et réticule lorsque la première est dans une direction i_0 et le second à l'infini dans une direction i, directions mesurées par rapport à la normale au plan qui contient les fentes (attention : angles orientés !).

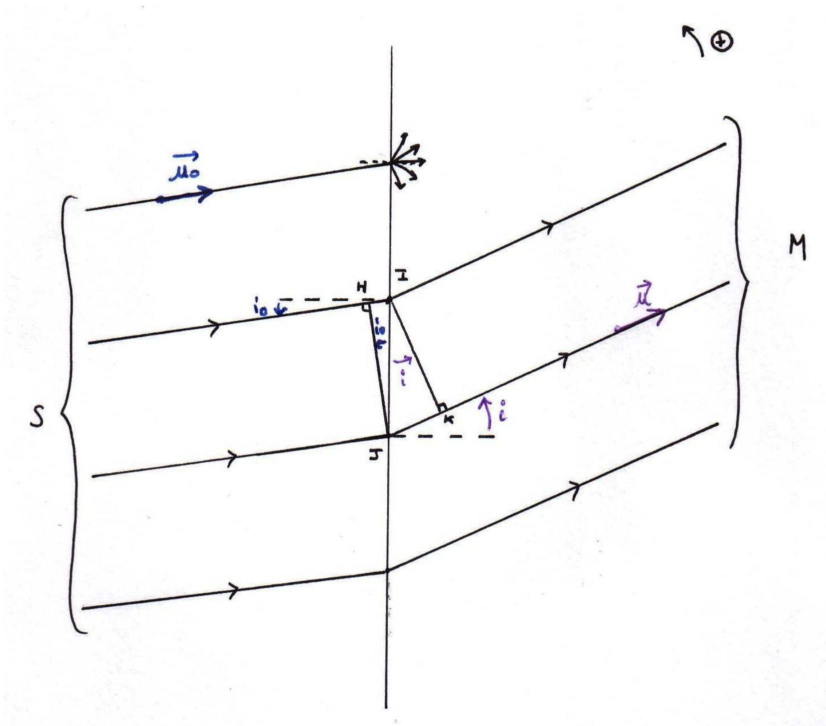


Figure 4 – Réseau par transmission : calcul de la différence de marche

Pour deux fentes successives I et J, la différence de marche est, en utilisant deux fois le théorème de Malus :

$$\delta = [\text{SJM}] - [\text{SIM}] = ([\text{JM}] - [\text{IM}]) - ([\text{SI}] - [\text{SJ}]) = \text{JK} - \text{HI} = a(\sin i - \sin i_0)$$

2. Réseaux par réflexion

Considérons cette fois un réseau par réflexion (cf. figure suivante). En procédant de la même façon que précédemment, on obtient l'expression de la différence de marche :

$$\delta = \text{JK} + \text{HI} = a(\sin i + \sin i_0)$$

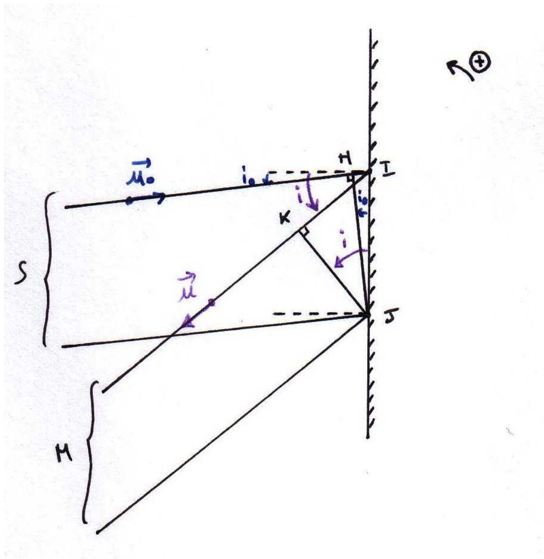


FIGURE 5 – Réseau par réflexion : calcul de la différence de marche

3. Maxima d'éclairement : formule des réseaux

Revenons sur le cas des **réseaux par transmission** que nous allons utiliser lors des expériences suivantes. L'intensité diffractée dans la direction i sera maximale lorsque les interférences sont constructives, c'est-à-dire lorsque les N ondes diffractées par les centres des fentes sont en phase. Ce qui revient à écrire que les ondes sont en phase deux à deux : l'ordre d'interférence δ est un multiple de la longueur d'onde λ_0 pour tous les rayons.

La condition d'interférences constructives s'écrit finalement :

$$\boxed{\sin i_p = \sin i_0 + p\frac{\lambda_0}{a}\ , \quad p \in \mathbb{Z}}$$

où l'entier p est l'ordre d'interférence, ce qui justifie qu'on parle de « raie d'ordre p » pour distinguer les différentes raies observées par les différentes valeurs de p.

Remarque : i_p à p fixé dépend de λ_0, ce qui est mis à profit en spectroscopie.

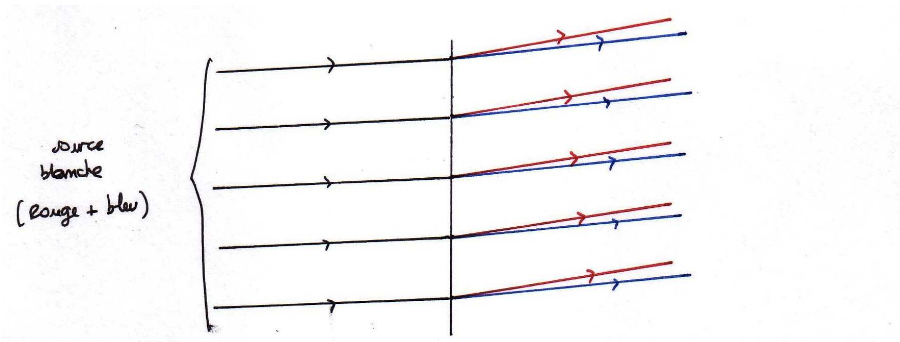


FIGURE 6 – Déviation de la lumière blanche dans un ordre p donné

4. Interprétation des observations

(a) Observations en lumière monochromatique

Eclairons un réseau avec un laser He-Ne ($\lambda_0 = 632,8$ nm). Qu'observe-t-on ?

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'une calculatrice.

p	i_p
0	
± 1	
± 2	
± 3	
± 4	
± 5	

TABLE 2 – Calcul des angles i_p pour chaque ordre p dans le cas de la diffraction de la lumière par un réseau de pas $a = 2\ \mu$m, sous incidence normale, par un laser He-Ne.

Pourquoi le montage avec collimateur et lunette n'est-il pas nécessaire ici ?

La raie d'ordre $p = 0$ est telle que $i = i_0$: elle correspond à une différence de marche nulle et est située en face de la source. **L'ordre 0 correspond à l'image géométrique de la source.** En revanche, pour les autres ordres i_p dépend de i_0.

De l'expérience précédente, on remarque que l'ordre d'interférence est limité [1] car $\sin i \leqslant 1$ et $\sin i_0 \leqslant 1$ imposent :

$$\frac{|p|\lambda_0}{a} = |\sin i - \sin i_0| \leqslant 2 \quad \text{soit} \quad |p| \leqslant \frac{2a}{\lambda_0}.$$

1. En pratique la diffraction due à la largeur finie des fentes est souvent une limitation plus restrictive.

(b) Observations en lumière polychromatique

Revenons à la formule fondamentale. On remarque que i_p dépend de λ_0, donc en lumière polychromatique, les différentes radiations de longueurs d'onde différentes seront envoyées dans des directions différentes, il y aura formation d'un spectre, ou plutôt de spectres car il y en aura un par valeur de p, appelé spectre d'ordre p.

Procéder aux réglages du goniomètre (cf. Annexe).

Observer les spectres d'ordre ± 1, ± 2, éventuellement plus, d'une source spectrale au mercure ou d'une source blanche (iode).

Application numérique : on prend $i_0 = 0$, $a = 2$ μm et λ en μm compris entre $0,4$ et $0,8$. Grâce à la formule fondamentale, calculer les valeurs de $i_p(\lambda)$ pour λ variant de $0,4$ à $0,8$ μm (cf. tableau à compléter).

p	$i_p(\lambda = 0,4\ \mu\text{m})$	$i_p(\lambda = 0,8\ \mu\text{m})$
0		
± 1		
± 2		
± 3		
± 4		
± 5		

TABLE 3 – Calcul des angles i_p pour chaque ordre p dans le cas de la diffraction de la lumière par un réseau de pas $a = 2$ μm, sous incidence normale, par un laser He-Ne.

☞ *pour $p = 0$. Que constate-on ? Voit-on un spectre ? Dans quelle direction est émise la lumière ? Comment modifier cette réponse si $i_0 = 0$?*

☞ *pour $p = 1$*

☞ *pour $p = 2$. Quel peut-être l'intérêt de travailler à l'ordre 2 plutôt qu'à l'ordre 1 ?*

☞ *pour* $p = 3$. *Que constate-on ? Voit-on tout le spectre ? Quelles sont les longueurs d'onde inaccessibles ? Comparer la plage des valeurs de* $i_2(\lambda)$ *et celle des valeurs de* $i_3(\lambda)$. *Quel inconvénient y a-t-il à travailler à l'ordre 2 ou 3 plutôt qu'à l'ordre 1 ?*

☞ *pour* $p = 4$. *Mêmes questions.*

☞ *pour* $p = 5$. *Mêmes questions.*

III. Calcul de l'intensité diffractée à l'infini

1. Formule des interférences à N ondes déphasées de φ

Cherchons l'intensité diffractée par les N motifs diffractants de manière isotrope au point M placé dans le plan focal d'une lentille.

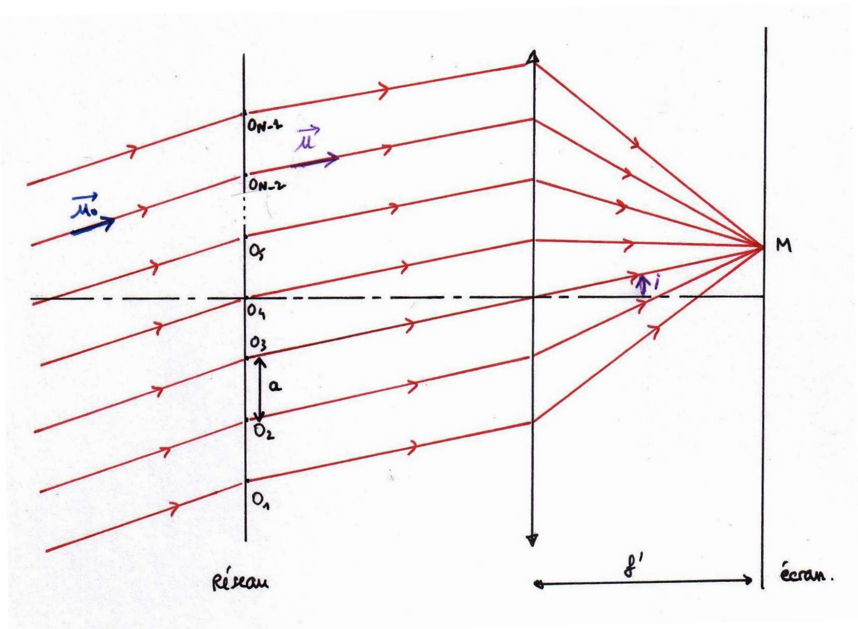


Figure 7 – Schéma du réseau

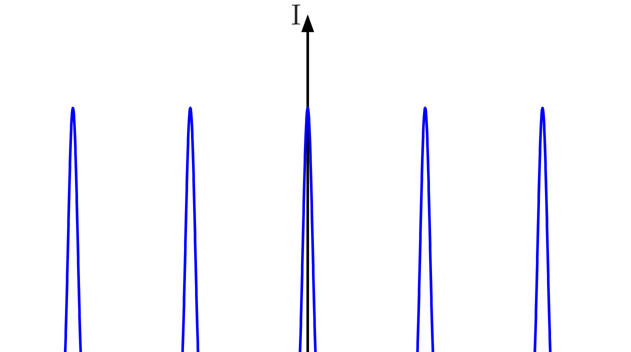


FIGURE 8 – Intensité diffracté par un réseau isotrope (tracé pour N = 10)

2. Conséquence du choix du motif diffractant

(a) Réseaux formé de traits parallèles

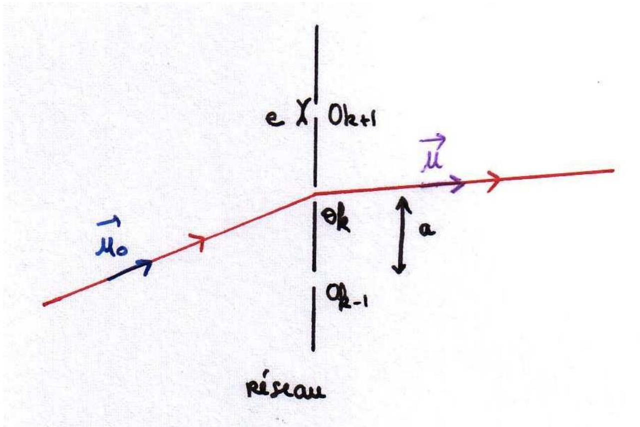


FIGURE 9 – Schéma du réseau

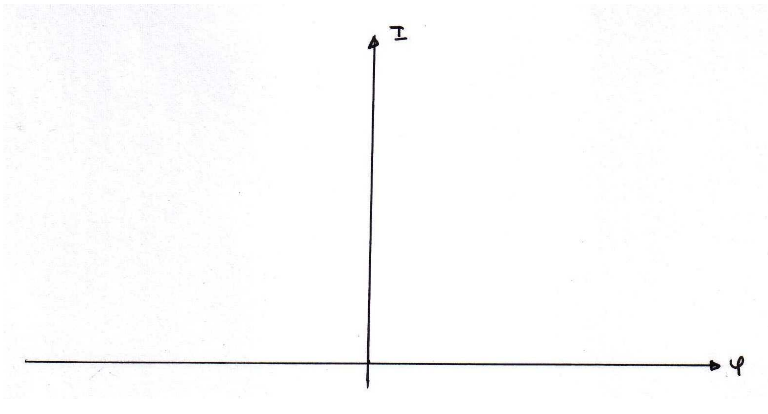


FIGURE 10 – Intensité diffracté par un réseau non-isotrope

(b) Réseaux blazés

Un réseau échelette est un réseau de diffraction plan ayant le profil en dents de scie et fonctionnant en réflexion. On l'éclaire avec une lumière monochromatique sous incidence normale.

L'amplitude de ces maxima est modulée par la fonction diffraction du miroir élémentaire. Contrairement aux réseaux classiques pour lesquels le maximum d'intensité se produit pour l'ordre 0 (qui donne une image non dispersée de la source), le spectre le plus intense est d'ordre non nul. Avec un choix correct de l'angle de taille, il est possible de concentrer un maximum d'énergie lumineuse dans un ordre non nul (pour lequel il y a dispersion en fonction de la longueur d'onde) et d'obtenir ainsi un spectre beaucoup plus lumineux qu'avec un réseau classique.

Un réseau échelette est aussi appelé réseau « blazé » (de l'anglais blaze = éclat). L'angle de blaze α dépend de la manière dont on utilise le réseau et de la gamme de longueur d'onde à observer. En pratique 70% de l'énergie lumineuse peut être dirigée vers un ordre précis (par exmemple vers l'ordre 1 comme sur la figure suivante).

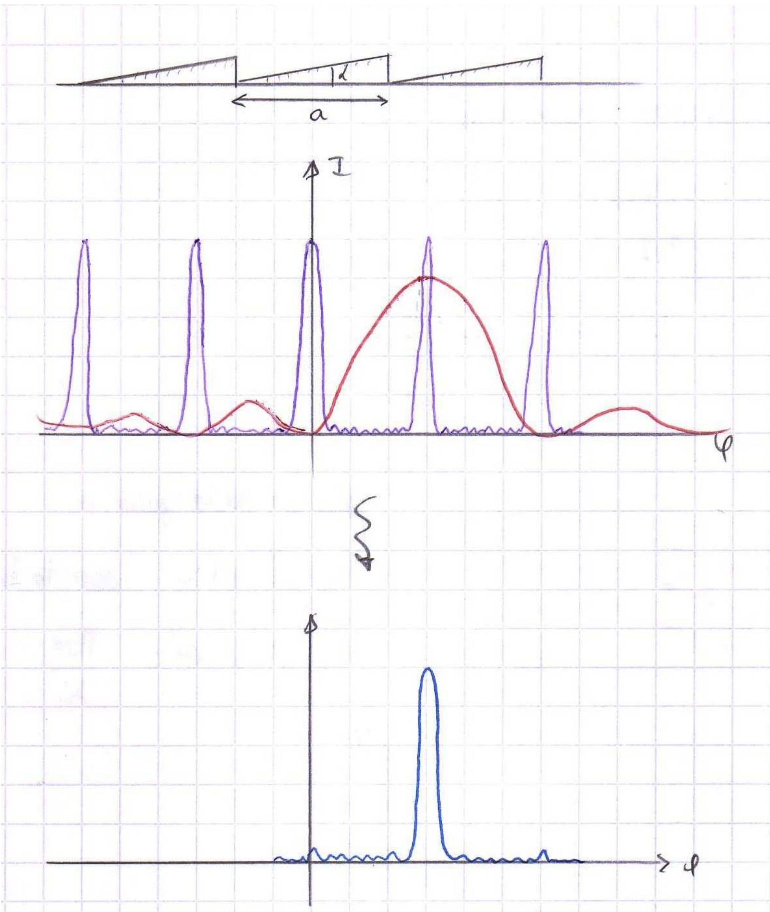


FIGURE 11 – Schéma et intensité diffractée par un réseau échelette

IV. Utilisation d'un réseau en spectroscopie

1. Pouvoir de résolution intrinsèque d'un réseau

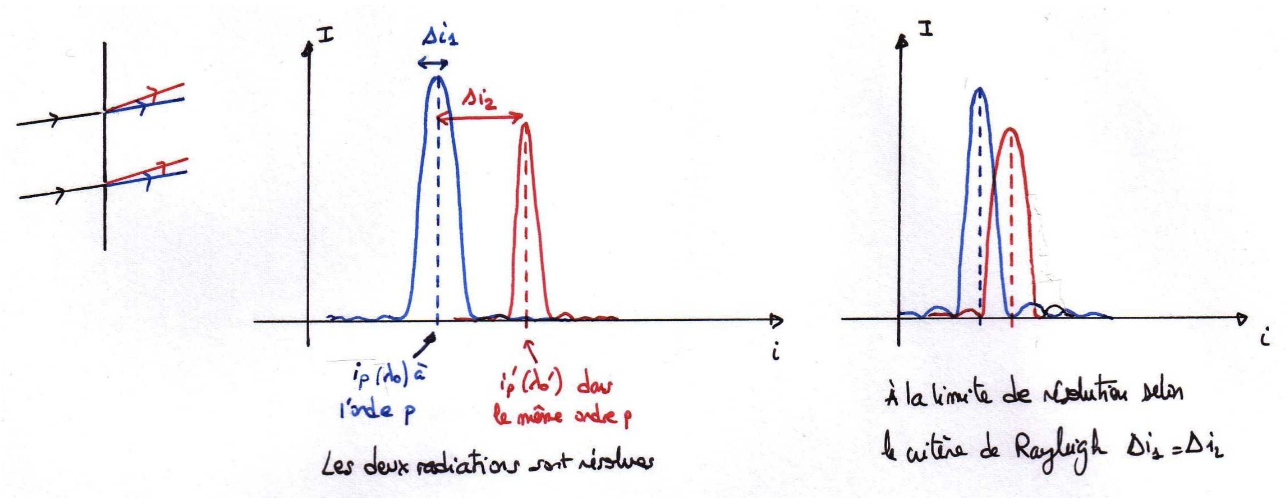


FIGURE 12 – Pouvoir de résolution d'un réseau selon le critère de Rayleigh : illustration sur deux longueurs d'onde λ_0 et $\lambda_0' = \lambda_0 + \Delta\lambda_0$ avec $\Delta\lambda_0 \ll \lambda_0$

Calculons Δi_1 et Δi_2

- La formule des réseaux donne :

$$\sin i_p = \sin i_0 + p\frac{\lambda_0}{a}$$

On différentie avec i_0 constant et en faisant varier λ_0 de $\Delta\lambda_0$, soit en confondant petite variation et différentielle :

$$\cos i_p(\lambda_0)\Delta i_p = 0 + p\frac{\Delta\lambda_0}{a}$$

soit
$$\Delta i_2 = \frac{p\Delta\lambda_0}{a\cos i_p(\lambda_0)}$$

- Quand on passe du centre du pic (λ_0) à son pied, i varie de Δi_1, ce qui correspond à un $\Delta\varphi$ (variation du déphasage entre deux rayons consécitifs) de $2\pi/\mathrm{N}$ où **N est le nombre total de traits éclairés**.

or
$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\sin i_p - \sin i_0)$$

donc
$$\mathrm{d}\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\cos i_p \mathrm{d}i_p)$$
car λ_0 est fixé,

d'où
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\cos i_p \Delta i_p)$$

or
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\mathrm{N}},\ \Delta i_p = \Delta i_1$$

soit $$\Delta i_1 = \frac{\lambda_0}{a\mathrm{N}\cos i_p(\lambda_0)}$$

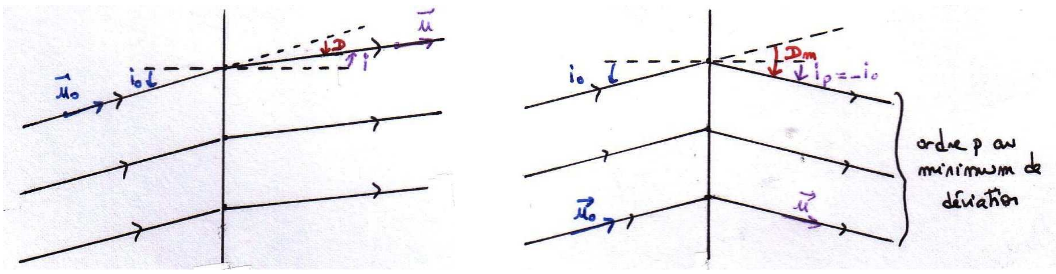
À la limite de la résolution $\Delta i_1 = \Delta i_2$

Ce qui donne $$\boxed{\left.\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0}\right|_{\text{limite}} = \text{pouvoir de résolution du spectro} = p\mathrm{N}}$$

2. Utilisation au minimum de déviation

En spectroscopie, le réseau est utilisé au minimum de déviation car il nous affranchit du pointé de la normale au réseau (afin de mesurer i_0 et i_p). Voyons les détails de cette méthode.

La formule fondamentale ne permet pas la mesure des longueurs d'onde car le zéro de la graduation du limbe[2] ne correspond pas à la normale au réseau et il est impossible de réaliser cet alignement à la précision d'une minute d'angle que donnent le limbe et le vernier. On doit donc trouver une astuce. La déviation entre un rayon incident et le rayon émergeant à l'ordre p est $\mathrm{D}_p(\lambda_0) = i_p(\lambda_0) - i_0$. Pour une longueur d'onde donnée et un ordre donné, la formule fondamentale montre que i_p donc D_p dépendent de i_0. Si l'on fait tourner le porte-réseau en laissant le collimateur fixe, la direction du rayon incident ne change pas mais la déviation varie, donc la direction du rayon émergent aussi.



(a) Angle de déviation (b) Réseau au minimum de déviation

FIGURE 13 – Déviation d'un réseau en transmission

Repérer dans la lunette la raie double du sodium et faire tourner le porte-réseau de façon à faire varier i_0 *pratiquement de* $-90°$ *à* $90°$ *et suivre la raie en déplaçant la lunette sur le limbe. Le déplacement de la raie est-il monotone ? Mettre en évidence une déviation minimale.*

En tournant la plate-forme du réseau (collimateur fixé), on fait varier i_0, on suit (à la lunette) l'évolution d'une direction maximale dans un ordre p donné, pour une longueur d'onde λ_0 donnée.

Dans ce cas, différentions,

d'une part la formule des réseaux $$\cos i_p \mathrm{d}i_p = \cos i_0 \mathrm{d}i_0,$$

d'autre part l'expression de D_p $$\frac{\mathrm{dD}_p}{\mathrm{d}i_0} = \frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}i_0} - 1$$

on en déduit $$\frac{\mathrm{dD}_p}{\mathrm{d}i_0} = \frac{\cos i_0}{\cos i_p} - 1$$

donc D est minimal pour $$\cos i_p = \cos i_0$$

2. limbe = cercle gradué en demi-degrés.

c'est-à-dire
$$\begin{cases} i_p &= i_0 \text{ (ordre 0 : inintéressant)} \\ i_p &= -i_0 \end{cases}$$

Dans la configuration $i_p = -i_0$, $|\mathrm{D}|$ est maximum, donc D est minimum (car $\mathrm{D} < 0$). On note D_m le minimum de déviation.

Au minimum de déviation on a $i_p = -i_0$; la formule fondamentale donne $2\sin i_p = p\lambda_0/a$ et la formule de déviation devient $\mathrm{D}_m = 2i_p$. En éliminant i_p on arrive à :

$$\boxed{2\sin\left(\frac{\mathrm{D}_m}{2}\right) = p\frac{\lambda_0}{a}}$$

La mesure de D_m n'exige pas le pointé de la normale. De plus, la connaissance de a permet une mesure absolue de la longueur d'onde d'une raie.

3. Application en spectroscopie

(a) Détermination du pas du réseau

Éclairer le collimateur par une lampe à vapeur de sodium ($\lambda_1 = 589,0$ nm, $\lambda_2 = 589,6$ nm).

Choisir l'une <u>ou</u> l'autre de ces raies (par exemple λ_1 est toujours plus proche de l'ordre zéro). Suivre l'image d'ordre 1 et régler le réseau au minimum de déviation ; bloquer la lunette, affiner le réglage et la mesure avec la vis micrométrique et noter précisément la position de la lunette, soit α_1.

Recommencer avec l'image d'ordre -1, soit α_{-1} la position angulaire de la lunette.

Montrer, à l'aide d'un schéma, que la différence des deux lectures est $\Delta\alpha_1 = |\alpha_1 - \alpha_{-1}| = 2\mathrm{D}_m$.

Montrer ensuite que le nombre de traits par unité de longueurs s'exprime comme

$$n = \frac{2\sin(\Delta\alpha_k/4)}{k\lambda}$$

Recommencer si possible avec les ordres 2 et -2 puis les suivants.
En déduire n le plus précisément possible.

Evaluer l'incertitude sur n (à l'aide d'un calcul d'incertitude) et ne garder que le meilleur résultat avec les chiffres significatifs adaptés.

En déduire le pas a du réseau et son incertitude.

(b) Mesure des longueurs d'onde des raies principales du mercure

Observer les spectres des divers ordres et leur chevauchement éventuel. Opérer dans les spectres d'ordre le plus élevé possible, où les pointés sont le plus précis.

Régler au minimum de déviation pour chaque raie comme ci-dessus : pointer les raies dans les ordres k et $-k$ choisis et calculer les longueurs d'onde des principales raies du mercure. Donner λ avec les chiffres significatifs convenables et l'incertitude.

(c) Mesure sous incidence normale

Placer le plan du réseau approximativement perpendiculaire à l'axe du collimateur. Ce réglage étant très approximatif, nous allons le rendre plus précis. Pour cela pointer l'image centrale ($k = 0$) de la fente : elle est la même quelquesoit la position du réseau. Noter l'abscisse angulaire α_0 de la lunette. Pointer ensuite les image d'ordre 2 et -2 (si on fait les mesures dans ces ordres) d'une raie. Calculer les angles avec l'image d'ordre zéro et agir sur la position du réseau par approximations successives jusqu'à rendre ces angles égaux en valeur absolue.

Quand le réglage est correct, bloquer le réseau et refaire les mesures des pointés des raies ; la valeur de i_k sera calculée en mesurant l'écart angulaire θ_k entre les images d'ordre k et $-k$.

Les longueurs d'onde sont alors calculées par

$$\sin i_k = kn\lambda = \sin(\theta_k/2)$$

Comparer aux résultats précédents.

4. Principe de la spectroscopie après étalonnage

Annexe : Réglage du goniomètre

La lumière traverse le goniomètre dans le sens collimateur-lunette-oculaire ; le réglage se fait dans l'ordre inverse : oculaire-lunette-collimateur.

On règle l'oculaire de façon à voir le réticule sans fatigue, c'est à dire en formant son image au punctum remotum de l'expérimentateur de sorte qu'il voie le réticule sans accommoder. Pour cela on recule l'oculaire assez loin, on l'enfonce progressivement et l'on s'arrête dès qu'on voit le réticule. Dans le cas d'un binôme d'enfer myope-hypermétrope, ce réglage sera à refaire à chaque changement d'observateur ; c'est un réglage *subjectif*.

On règle ensuite la lunette à l'infini. Pour cela, on enlève tout ce qui se trouve sur le porte-objet, on écarte le collimateur de l'axe de la lunette et l'on pointe celle-ci, à travers la fenêtre ouverte, vers un objet éloigné qu'on doit voir net en même temps que le réticule. On peut fignoler en remuant la tête de gauche à droite ou de haut en bas : il ne doit pas y avoir de mouvement relatif, dû à la parallaxe, entre objet visé et réticule. Si l'on préfère, un miroir escamotable et une lampe auxiliaire permettent de faire ce réglage par auto-collimation. Ce réglage est indépendant de l'expérimentateur, c'est un réglage *objectif*.

On règle ensuite le collimateur à l'infini. Pour cela, toujours sans rien sur le porte-objet, on aligne collimateur et lunette, on place une source lumineuse devant la fente et l'on règle le collimateur de façon à voir net en même temps la fente et le réticule (mêmes remarques que pour le réglage de la lunette). Noter que sur la lunette, un réglage permet de pointer celle-ci un peu plus vers le haut ou le bas dans le cas où l'image de la fente se trouve trop haute ou trop basse. On en profiter pour régler la largeur de la fente ; elle doit être la plus fine possible, mais laisser passer la lumière ; un compromis est à trouver.