DM1°9φ EVH/PC/09-10

Pb1 E3A - 2008 - PC

KA84

e3a

CONCOURS ENSAM - ESTP - ARCHIMEDE

Épreuve de Physique PC

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé.

Echangeur thermique à fluide caloporteur

Le problème comprend trois parties qui s'intéressent à divers aspects des **échangeurs thermiques à fluide caloporteur**. La première partie concerne les transferts thermiques entre le milieu extérieur et un fluide s'écoulant dans une conduite. La seconde partie est consacrée à l'étude simplifiée d'un système de régulation thermique par contrôle de débit. La troisième partie, presque totalement indépendante des deux autres, décrit une technique électromagnétique de contrôle non destructif des tubes métalliques, couramment utilisée pour contrôler les échangeurs thermiques.

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que

- *les explications des phénomènes étudiés interviennent dans la notation au même titre que les développements analytiques et les applications numériques ;*
- *tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italique ont pour objet d'aider à la compréhension du problème ;*
- *tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par les candidat(e)s ;*
- *les applications numériques seront toutes données avec deux chiffres significatifs. A défaut, elles ne seront pas comptabilisées.*

Tournez la page S.V.P.

PREMIERE PARTIE
ECHANGES THERMIQUES A TRAVERS UN TUBE CYLINDRIQUE

1 / CONDUCTANCE THERMIQUE A TRAVERS UN TUBE CYLINDRIQUE

Considérons un tube cylindrique d'axe Oz, de rayon intérieur R_1 de rayon extérieur R_2 et de très grande longueur (figure 1). Le tube est réalisé dans un matériau de conductivité thermique notée λ.

1°a. Dans le cas général, rappeler la loi de Fourier qui relie le vecteur densité de courant thermique , noté $\overrightarrow{j_Q}$, au gradient de la température.

1°b. Justifier en quelques mots que la conductivité thermique, telle qu'elle apparaît dans la loi de Fourier, est toujours un nombre positif.

Le système est en régime permanent : la température T(r) en un point M du tube ne dépend donc que de r, la distance de M à l'axe (coordonnées cylindriques). Les températures de surface sont notées $T_1 = T(R_1)$ et $T_2 = T(R_2)$.

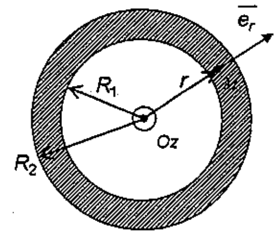

Figure 1

1°c. Préciser la direction du vecteur $\overrightarrow{j_Q}$ dans le tube.

1°d. Exprimer la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ sortant d'un cylindre de rayon r ($r_1 < r < r_2$) et de longueur ℓ, en fonction de $j_Q(r)$ et r.

1°e. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à un système correctement choisi, montrer que la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ est indépendante de r.

1°f. En déduire l'expression de la température T(r) en fonction de $\mathcal{P}_{th}$, r, R_1, λ, T_1 et ℓ.

1°g. Etablir que la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ peut s'écrire :

$$\mathcal{P}_{th} = g\,\ell\,(T_1 - T_2), \qquad (1)$$

en exprimant g en fonction de λ, R_1 et R_2.

1°h. Calculer g pour un tube possédant les caractéristiques suivantes : conductivité thermique $\lambda = 0{,}40\ kW.m^{-1}.K^{-1}$, rayons $R_1 = 8{,}0$ mm et $R_2 = 8{,}5$ mm.

Le tube précédent est utilisé comme « échangeur thermique » permettant les transferts thermiques entre un fluide (appelé fluide caloporteur – ici il s'agit d'eau) transporté dans le tube et le milieu extérieur.

Le fluide caloporteur est supposé incompressible, de masse volumique ρ constante et de capacité thermique massique à pression constante C_p (phase condensée idéale) ; il s'écoule dans le tube avec un débit massique D_m.

Dans cette partie, tout phénomène de viscosité est négligé. L'écoulement est supposé uniforme et stationnaire, la vitesse d'écoulement s'écrivant en tout point : $\vec{v} = v\,\overrightarrow{e_z}$, (v est une constante positive). Dans une section d'abscisse z constante, la température du fluide est uniforme et notée $T_{fl}(z)$.

2 / PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE APPLIQUE A UNE PORTION DE FLUIDE

Afin d'effectuer un bilan thermique permettant de déterminer $T_{fl}(z)$, envisageons le système fermé (Σ) constitué par le fluide qui, à l'instant t, se trouve entre deux cotes z_e et z_s dans le tube (figure 2).

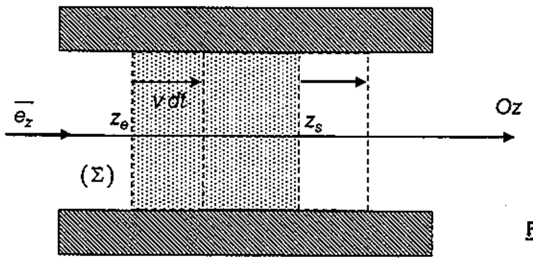

Figure 2

La pression, uniforme sur une section droite du tube, est notée P_e en z_e et P_s en z_s. La section $S = \pi R_1^2$ du tube est supposée constante. Entre les instants t et t + dt, le système (Σ) se translate de v dt (voir figure 2) selon Oz.

2°a. Exprimer le débit massique D_m à travers la section S du tube en fonction de ρ, S et v.

2°b. Déterminer la puissance $\mathscr{P}_{pr}$ des forces de pression agissant sur (Σ) en fonction de D_m, P_e, P_s et ρ.

2°c. Montrer que la variation d'énergie interne de (Σ) entre t et t + dt s'écrit :
$dU = D_m(u_s - u_e)\,dt$, où u_s (resp. u_e) désigne l'énergie interne par unité de masse du fluide en z_s (resp. en z_e).

2°d. La puissance thermique totale entrant dans (Σ) est notée $\mathscr{P}_{th}$. En appliquant le premier principe de la thermodynamique, établir la relation suivante :

$$D_m C_p\left[T_{fl}(z_s) - T_{fl}(z_e)\right] = \mathscr{P}_{th} \qquad (2)$$

3 / THERMALISATION DU FLUIDE

Le tube, parcouru par le fluide caloporteur est mis en contact, sur une longueur L (comprise entre les sections z = 0 et z = L) avec un milieu extérieur de température T_m, qui demeure constante et uniforme dans tout l'espace, comme l'illustre la figure 3.

Les contacts thermiques sur les faces internes et externes du tube sont supposés parfaits : la température T_2 de la surface externe du tube est égale à T_m et, localement, la température T_1 de la surface interne est égale à $T_{fl}(z)$. Le fluide pénètre dans le tube à la température d'admission : $T_{adm} = T_{fl}(0)$.

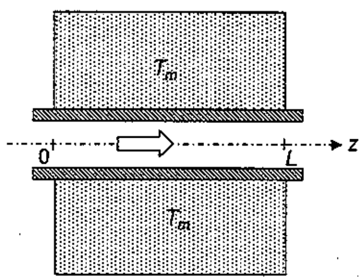

Figure 3

Sauf indication contraire, toute conduction thermique au sein du fluide est négligée.

2

3°a. En appliquant les relations (1) et (2) à une portion élémentaire située entre z et z + dz, exprimer $\frac{dT_{fl}}{dz}$ en fonction de $T_m - T_{fl}(z)$ et de la longueur $\ell_1 = \frac{D_m C_p}{g}$.

3°b. Déterminer $T_{fl}(z)$ en fonction de z, T_{adm}, T_m et ℓ_1.
Représenter graphiquement $T_{fl}(z)$.

3°c. Exprimer la puissance thermique totale $\mathscr{P}_{th,ech}$ fournie par le fluide caloporteur au milieu en fonction de D_m, C_p, T_m, T_{adm}, L et ℓ_1.

La longueur L est suffisamment grande pour que la puissance thermique $\mathscr{P}_{th,ech}$ puisse s'écrire : $\mathscr{P}_{th,ech} = D_m C_p\,(T_{adm} - T_m)$ (3).

Les questions 3°d et 3°e qui suivent prennent en compte la conductivité thermique du fluide de façon à déterminer le domaine de validité de l'analyse précédente.

3°d. Le fluide possédant une conductivité thermique λ_{fl} non nulle, reprendre l'analyse du 3°a et écrire l'équation différentielle vérifiée par $T_{fl}(z)$ sous la forme :

$$\ell_1 \frac{dT_{fl}}{dz} = \left[T_m - T_{fl}(z)\right] + \ell_2^2 \frac{d^2T_{fl}}{dz^2},$$

où ℓ_2 est une longueur qui sera exprimée en fonction de λ_{fl}, S et g.

3°e. Par un raisonnement en ordre de grandeur, établir une condition sur ℓ_2 et ℓ_1 pour que la contribution des transferts thermiques diffusifs au sein du fluide puisse être négligée.
Montrer que cette condition est vérifiée si le débit massique est beaucoup plus grand qu'une valeur critique D_{mc}, à exprimer en fonction de S, g, λ_{fl} et C_p.
Calculer D_{mc} avec les données numériques suivantes :
$\lambda_{fl} = 0{,}58\ W.m^{-1}.K^{-1}$, $C_p = 4{,}2\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$, $g = 40\ kW.m^{-1}.K^{-1}$ et $S = 2{,}0.10^{-4}\ m^2$.

Nous supposerons dans toute la suite que l'équation (3) décrit correctement les échanges thermiques entre le fluide et le milieu.

4 / CHAUFFAGE D'UNE PIECE

Le tube modélise un radiateur dans une installation domestique de chauffage central. Le milieu extérieur est l'air d'une pièce, considérée comme une enceinte fermée où règne une température uniforme mais pouvant dépendre du temps, notée $T_m(t)$ et une pression constante.

La capacité thermique de la pièce à pression constante est notée Γ. La pièce n'est pas parfaitement isolée thermiquement par rapport à l'extérieur, où règne la température constante T_{ext} ; la puissance thermique perdue par la pièce vers l'extérieur s'exprime alors sous la forme :

$$\mathscr{P}_{th,fuite} = G_{fuite}\left[T_m(t) - T_{ext}\right].$$

4°a. Montrer que la température de la pièce évolue avec le temps selon une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{1}{\tau}\left[T_{st} - T_m(t)\right] \qquad (4)$$

Exprimer T_{st} et τ en fonction de T_{adm}, T_{ext}, Γ, D_m, G_{fuite} et C_p.

4°b. Que représentent concrètement la température T_{st} ainsi que le temps τ ?

4°c. Commenter les valeurs limites de T_{st} dans les cas respectifs suivants :
$G_{fuite} >> D_m C_p$ et $G_{fuite} << D_m C_p$.

4°d. Calculer numériquement le débit massique D_{m0} nécessaire pour obtenir T_{st} = 292 K, à l'aide des données suivantes : température extérieure $T_{ext} = T_0$ = 283 K ; température d'admission du fluide T_{adm} = 333 K, ainsi que les caractéristiques pour la pièce considérée : $\Gamma = 56$ kJ.K^{-1} et $G_{fuite} = 40$ W.K^{-1}.

4°e. Comparer les débits D_{m0} et D_{mc}, puis commenter ces résultats.
Calculer la grandeur τ pour le débit D_{m0}.

Les valeurs de température et de débit étudiées dans la suite sont proches des valeurs numériques de la question 4°d, si bien qu'en première approche l'équation (4) pourra être remplacée par l'équation simplifiée suivante (justification non demandée) :

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{1}{\tau_0}\left[\frac{D_m C_p}{G_{fuite}}(T_{adm} - T_{ext}) + T_{ext} - T_m(t)\right], \quad \text{avec } \tau_0 = \frac{\Gamma}{G_{fuite}} \qquad (5).$$

DEUXIEME PARTIE

CONTROLE DU DEBIT DE FLUIDE

Dans une pièce d'habitation ou un bâtiment de stockage, il est souvent souhaitable de maintenir la température constante, indépendamment des variations de la température extérieure T_{ext}. Parmi les différents systèmes de régulation envisageables, le plus simple consiste à agir sur le débit du fluide caloporteur dans la conduite.

Cette partie est consacrée à l'analyse simplifiée d'un tel système de régulation.

La viscosité η du fluide s'écoulant dans le tube est désormais prise en compte. La pesanteur est négligée. Il est rappelé qu'alors, le champ de vitesse $\vec{v}(M,t)$ et le champ de pression $P(M,t)$ dans un fluide incompressible sont reliés par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad}\right)\vec{v}\right) = -\overrightarrow{grad}\,P + \eta\,\Delta\vec{v}$$

Pour simplifier les calculs, considérons une géométrie plane (figure 4) :

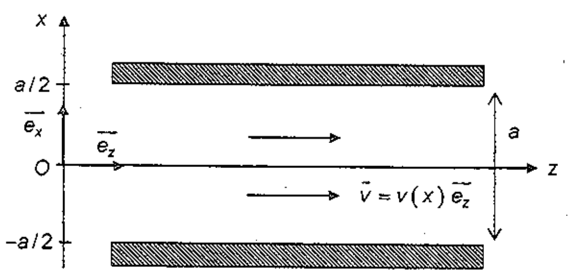

Figure 4

[Pb2] CCP 2005 MP

THERMODYNAMIQUE

L'objectif de ce problème est l'étude du fonctionnement stationnaire d'une machine ditherme de réfrigération.

Le cycle représenté, dans un diagramme de Clapeyron, par la figure 1 constitue un modèle de fonctionnement d'une machine de réfrigération dans laquelle une masse m de fluide frigorigène subit les transformations suivantes :

- $A \rightarrow B$: compression adiabatique dans le compresseur.
- $B \rightarrow D$: refroidissement et liquéfaction isobares de la vapeur dans le condenseur.
- $D \rightarrow E$: détente adiabatique et isenthalpique dans le détendeur.
- $E \rightarrow A$: vaporisation isobare dans l'évaporateur.

Les sources froide Σ_F (intérieur de l'enceinte à réfrigérer) et chaude Σ_C (milieu ambiant) sont assimilées à des thermostats de températures, respectives, T_F et T_C constantes.

Les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide sont négligeables.

Données :
$m = 1$ kg
$T_F = 278$ K ; $T_C = 293$ K
Enthalpies massiques du fluide frigorigène dans les états représentés par les points A, B et D :
$h_A = 390,2$ kJ.kg^{-1} ; $h_B = 448,6$ kJ.kg^{-1} ; $h_D = 286,4$ kJ.kg^{-1}

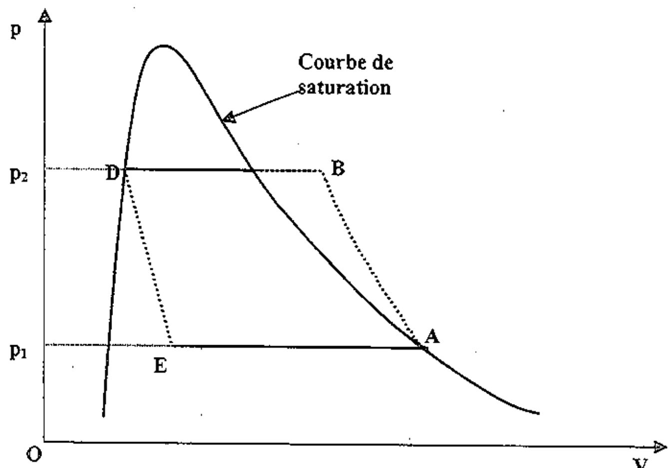

Figure 1

Tournez la page S.V.P.

A – Performances de l'installation

A-1 Un système fermé subit une transformation isobare qui le fait évoluer de l'état initial i à l'état final f. Au cours de cette transformation le système reçoit les quantités d'énergie $Q_{i\to f}$ par transfert thermique et $W_{i\to f}$ par transfert mécanique (travail).
A-1-1 Appliquer le premier principe de la thermodynamique à cette transformation.
A-1-2 Etablir la relation entre la variation d'enthalpie $\Delta H_{i\to f}$ du système et $Q_{i\to f}$.

A-2 On désigne par Q_F et Q_C les quantités d'énergie reçues par le fluide, par transfert thermique, respectivement, au contact de la source froide et au contact de la source chaude, au cours du cycle défini ci-dessus.
A-2-1 Exprimer Q_F et Q_C en fonction des données.
A-2-2 Calculer Q_F et Q_C.

A-3 On désigne par W l'énergie reçue par le fluide, par transfert mécanique (travail), au cours d'un cycle.
A-3-1 Exprimer W en fonction des données.
A-3-2 Calculer W.

A-4 On désigne par S_F et S_C les valeurs algébriques des entropies échangées par le fluide, respectivement, avec la source froide et la source chaude au cours du cycle.
A-4-1 Exprimer S_F et S_C en fonction des données.
A-4-2 Calculer S_F et S_C.
A-4-3 Calculer l'entropie S_p créée au cours du cycle. Conclusion.

A-5 Calculer l'efficacité μ de cette installation.

A-6 Sachant que la puissance $\mathcal{P}_F$ à extraire de la source froide pour maintenir sa température constante est de 500 W, calculer le débit massique q_m que l'on doit imposer au fluide frigorigène.

B – Etude de la compression de la vapeur

La vapeur issue de l'évaporateur est comprimée de la pression $p_1 = 2,008$ bar (état A) à la pression $p_2 = 16,810$ bar (état B).
Dans cette partie du problème on admettra que l'on peut assimiler la vapeur à un gaz parfait dont le rapport γ des capacités thermiques conserve une valeur constante égale à 1,14 dans le domaine étudié.

B-1 On envisage le cas où cette compression pourrait être supposée adiabatique et réversible.
B-1-1 Etablir la relation que vérifieraient les variables température T et pression p.
B-1-2 Sachant que $T_A = 263$ K, calculer la température T' que l'on atteindrait en fin de compression.

B-2 En réalité la compression $A \to B$ subie par la vapeur peut être supposée adiabatique mais n'est pas réversible car on ne peut pas négliger les frottements fluides qui se produisent à l'intérieur du compresseur ; de ce fait la température en fin de compression est supérieure à celle calculée précédemment.

La transformation polytropique $A \to B$ est la transformation réversible qui permettrait au fluide d'évoluer de l'état A à l'état B en recevant, par transfert thermique, une quantité d'énergie Q_f équivalente à celle générée par les frottements internes au cours de la transformation irréversible $A \to B$.

Pour établir la loi d'évolution polytropique, on considère une transformation élémentaire réversible caractérisée par les variations d'énergie interne dU, d'entropie dS et de volume dV. La quantité d'énergie δQ_f reçue par le fluide, par transfert thermique, au cours de cette transformation, s'écrit $\delta Q_f = a dU$. Dans cette expression a désigne un facteur qui sera supposé constant dans tout le domaine étudié.

B-2-1 Exprimer dU en fonction de dS et dV.

B-2-2 Montrer qu'au cours de l'évolution polytropique $A \to B$ les variables pression p et volume V vérifient la relation pV^k = constante dans laquelle k désigne une constante appelée facteur polytropique.

B-2-3 Exprimer k en fonction de a et de γ.

C – Détermination des conditions de fonctionnement permettant d'obtenir l'efficacité maximale.

C-1 Préciser la nature du cycle réversible que devrait décrire le fluide afin de parvenir à l'efficacité maximale μ_{max} de la machine de réfrigération. On indiquera avec précision la nature et le rôle des différentes transformations subies par le fluide au cours de ce cycle.

C-2 Sachant qu'au cours de ce cycle la variation d'entropie massique ΔS_C du fluide au cours de la transformation qu'il subit au contact de la source chaude est de $-0{,}416\,\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer les quantités d'énergie Q_F' et Q_C' reçues, par transfert thermique, par 1 kg de fluide frigorigène, au cours d'un cycle, respectivement, au contact de la source froide et au contact de la source chaude.

C-3 Exprimer l'efficacité μ_{max} en fonction des températures T_F et T_C et calculer μ_{max}.

D – Etude de la diffusion thermique dans les parois des échangeurs

Les conditions de fonctionnement, idéales et théoriques, définies ci-dessus ne prennent pas en compte l'épaisseur des parois des échangeurs thermiques situés au contact des sources froide et chaude.

Dans cette quatrième partie du problème on se propose de tenir compte de la diffusion thermique à travers les parois des échangeurs. On supposera cette diffusion unidirectionnelle.

Tournez la page S.V.P.

On considère la diffusion thermique unidirectionnelle suivant l'axe Ox à travers une paroi plane, homogène et isotrope, d'épaisseur e, de surface Σ et de conductivité thermique λ (figure 2).

En régime stationnaire les faces d'abscisses $x = 0$ et $x = e$ sont des surfaces isothermes aux températures T_0 et T_e avec $T_e < T_0$.

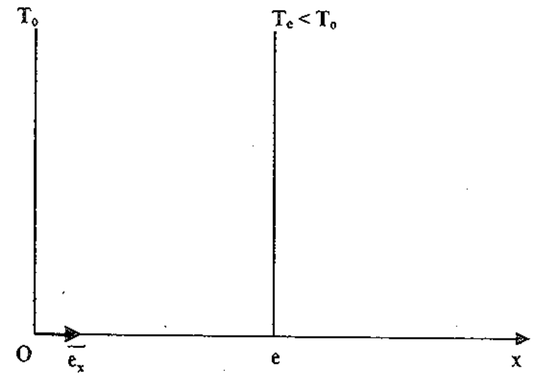

Figure 2

D-1 Rappeler l'expression du vecteur flux thermique surfacique $\mathbf{J_Q}$ à travers la paroi considérée (loi phénoménologique de Fourier).

D-2 Exprimer le flux thermique à travers cette paroi en fonction des températures T_0 et T_e et de la conductance thermique $\sigma = \lambda\Sigma / e$ de la paroi.

D-3 Exprimer la durée t nécessaire au transfert d'une quantité de chaleur Q à travers cette paroi. Qu'advient-il si $T_0 - T_e$ tend vers 0 ?

D-4 On considère de nouveau la machine de réfrigération définie ci-dessus et on suppose que le fluide frigorigène décrit un cycle réversible au cours duquel les transferts thermiques avec les sources froide et chaude se produisent lors de transformations isothermes aux températures respectives $T_1 < T_F$ et $T_2 > T_C$.

On admet que dans les échangeurs thermiques qui assurent les échanges avec les sources de chaleur, la face en contact avec le fluide est à la température du fluide et celle en contact avec la source de chaleur est à la température de cette source.

On désigne par σ_1 et σ_2 les conductances thermiques des parois des échangeurs situés, respectivement, au contact de la source froide et de la source chaude.

D-4-1 On désigne, respectivement, par Q_1 et Q_2 les quantités d'énergie reçues par le fluide, par transfert thermique, au contact des sources froide et chaude et par t_1 et t_2

les durées de transfert de ces quantités d'énergie. Exprimer t_1 en fonction de Q_1, σ_1, T_F et T_1 et t_2 en fonction de Q_2, σ_2, T_C et T_2.

D-4-2 Exprimer l'efficacité μ' du cycle décrit par le fluide en fonction de T_1 et de T_2.

D-4-3 Sachant que $T_1 = 263\,\mathrm{K}$ et $T_2 = 333\,\mathrm{K}$, calculer μ'.

D-4-4 Exprimer Q_1 et Q_2 en fonction de T_1, T_2 et du travail W reçu par le fluide au cours d'un cycle.

D-4-5 Exprimer t_1 en fonction de W, T_1, T_2, T_F et σ_1 et t_2 en fonction de W, T_1, T_2, T_C et σ_2.

E – Conditions permettant d'obtenir une consommation minimale

On cherche à déterminer les températures T_1 et T_2 qui rendent minimale la puissance consommée par la machine au cours d'un cycle. On suppose que la durée des transformations adiabatiques est négligeable devant celle nécessaire aux transferts thermiques.

E-1 Exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}$ consommée par le fluide au cours d'un cycle en fonction de σ_1, σ_2, T_1, T_2, T_F et T_C.

E-2 On pose $Z = 1/\mathcal{P}$, $x = T_2/T_1$ et $y = T_2 - T_1$. Exprimer Z en fonction de x et de y.

E-3 Déterminer les conditions que doivent vérifier $T_1, T_2, T_F, T_C, \sigma_1$ et σ_2 pour que la puissance consommée soit minimale.

Fin de l'énoncé