

Problème 1 D'après Centrale PC 2008 (Physique II)

À propos du débitmètre à effet Coriolis

La mesure du débit massique d'un écoulement est une opération très courante dans l'industrie. Les débitmètres à effet Coriolis, utilisés depuis le début des années 1980 prennent aujourd'hui de plus en plus d'importance en raison de leurs atouts considérables.

Un débitmètre à effet Coriolis est constitué d'un tube parcouru par l'écoulement dont on désire mesurer le débit massique, maintenu en vibration par un système exciteur. Des capteurs de vitesse permettent de suivre les vitesses de deux points particuliers du tube afin de pouvoir, grâce à un module électronique approprié, en mesurer le déphasage. Il existe plusieurs géométries de tube (tube rectiligne, tube en U, ...).

Filtrage du signal et mesure du déphasage

La partie IV.A correspond à l'étude du filtrage des signaux provenant des capteurs de vitesse dont les signaux sont déphasés proportionnellement au débit. Deux méthodes de mesure du déphasage entre les deux signaux sont ensuite successivement étudiées dans les parties IV.B et IV.C. Ces diverses parties sont largement indépendantes. On se place en régime sinusoïdal forcé pour les parties IV.A et IV.B. Tous les amplificateurs opérationnels utilisés sont idéaux et de gain infini.

IV.A - Filtrage

On suppose que les signaux issus des deux capteurs de vitesse du débitmètre sont théoriquement des sinusoides déphasées d'un angle φ proportionnel au débit massique que l'on cherche à mesurer. On constate en fait expérimentalement que le signal est brouillé par des signaux de fréquences différentes.

En effet le signal du secteur à 50 Hz parasite l'électronique des capteurs et des effets non-linéaires dans le tube peuvent donner des signaux de fréquence 99, 2, 1, ... non désirés.

Le système exciteur vibre à 80 Hz, on essaye de limiter ces parasites pour récupérer un signal à 80 Hz = f depuis chaque capteur.

Rq : il n'y a pas de question IV.A.1).

IV.A.2) Quel type de filtrage peut-on envisager pour réduire l'amplitude de ces signaux parasites ?

On s'intéresse à un filtre de Sallen Key (figure 12) composé de 4 dipôles (1), (2), (3) et (4) d'admittances complexes respectives $\underline{Y}_1$, $\underline{Y}_2$, $\underline{Y}_3$ et $\underline{Y}_4$ et de deux résistors de résistances r et $(k-1)r$ où k est un réel positif tel que $1 < k < 5$. L'amplificateur opérationnel est en fonctionnement linéaire.

La fonction de transfert s'écrit alors sous la forme (calcul non demandé) :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{k(\underline{Y}_2 \underline{Y}_3)}{\underline{Y}_4(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) + \underline{Y}_3(\underline{Y}_2 + (1-k)\underline{Y}_1)}.$$

Pour toute la suite, les composants (1) et (2) sont des résistors identiques de résistance R , (3) est un condensateur de capacité C et (4) est constitué d'un résistor de résistance R en parallèle avec un condensateur de capacité C .

IV.A.3) Déterminer la nature du filtre en prévoyant, sans calculs, les comportements asymptotiques à haute fréquence et à basse fréquence.

IV.A.4) La fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{G_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

Établir les expressions de ω_0 , G_0 et Q en fonction de k , R et C . À quelles caractéristiques du filtre correspondent ces grandeurs ?

IV.A.5) Dédurre de l'expression de $\underline{H}(j\omega)$ l'équation différentielle qui relie $u_e(t)$ à $u_s(t)$. À quelle condition sur k ce filtre est-il stable ?

IV.A.6) La figure 13 ci-après (page suivante) correspond au diagramme de Bode pour une valeur de Q donnée. En exploitant graphiquement ce diagramme, donner l'expression du signal de sortie pour chacun des trois signaux suivants : $u_{e1}(t) = E \cos(100\pi t)$, $u_{e2}(t) = E \cos(160\pi t)$ et $u_{e3}(t) = E \cos(200\pi t)$.

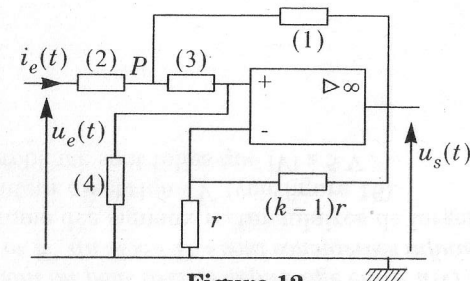
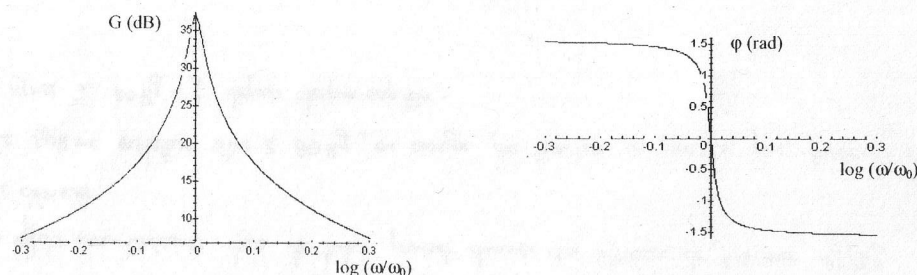


Figure 12

Commenter les résultats obtenus.

Figure 13



IV.A.7) On remarque que l'intensité $i_e(t)$ (voir figure 12) est non nulle. ~~Est-ce en accord avec la description faite au début de la partie III du module de traitement électronique du signal ? Si non, Comment peut-on très simplement modifier l'entrée du filtre étudié ici pour y remédier ?~~

Dans la suite on s'intéresse successivement à deux méthodes de mesure du déphasage entre les signaux sinusoïdaux $u(t) = U \cos(2\pi ft)$ et $u'(t) = U' \cos(2\pi ft + \varphi)$ avec $f = 80 \text{ Hz}$.

IV.B - Mesure du déphasage à l'oscilloscope

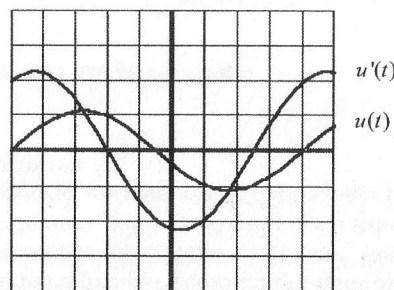
On utilise un oscilloscope pour visualiser les signaux $u(t)$ et $u'(t)$.

IV.B.1) Quel couplage d'entrée (AC ou DC) de l'oscilloscope doit-on choisir ? Pourquoi ?

IV.B.2) On obtient l'oscillogramme ci-après (figure 14). On suppose que les déclenchements des deux signaux sont synchrones. Déduire de l'oscillogramme le déphasage φ entre les deux signaux. Lequel des deux signaux est en avance de phase sur l'autre ?

IV.B.3) Préciser, en justifiant la réponse comment choisir les sensibilités verticales pour améliorer la précision de la mesure du déphasage entre les deux courbes ?

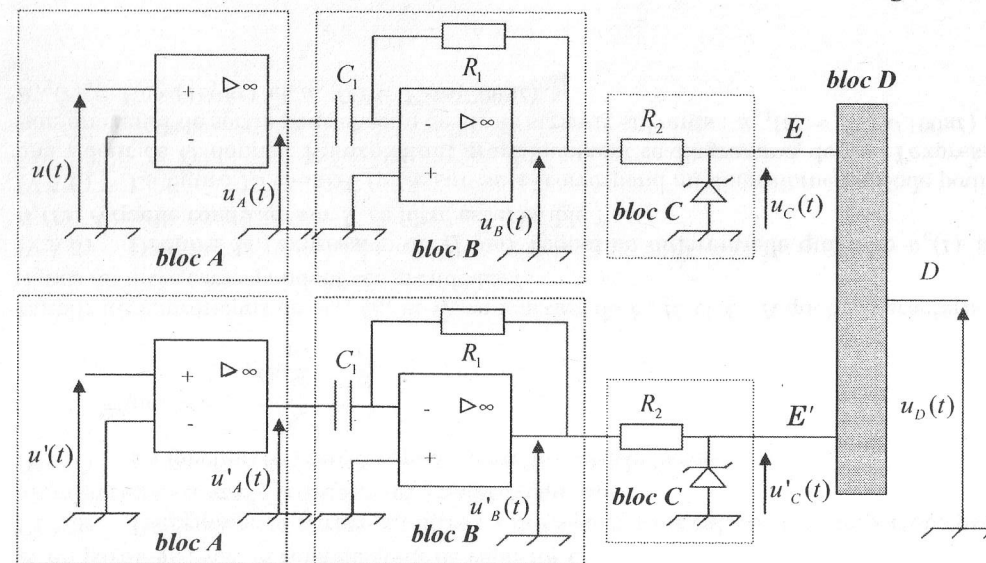
Figure 14



IV.C - Phasemètre à bascule

Pour de nombreux débitmètres conçus dans les années 1980 le déphasage est en fait mesuré selon le principe développé dans cette partie.

Figure 15



Le montage étudié, représenté figure 15, est décomposé en blocs notés « A », « B », « C » et « D ». Les blocs de type « C » font intervenir une diode Zener « idéale » à propos de laquelle aucune connaissance préalable n'est nécessaire. On considère que le régime permanent est atteint. Les amplificateurs opérationnels des blocs « A » fonctionnent en régime saturé et ceux des blocs « B » en régime linéaire.

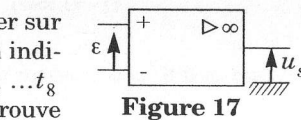
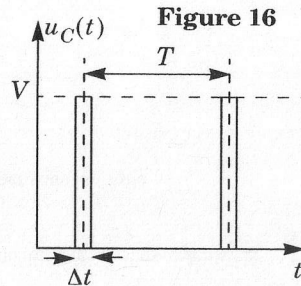
Les signaux sinusoïdaux $u(t)$ et $u'(t)$ de période T sont transformés en signaux $u_B(t)$ et $u'_B(t)$ composés d'impulsions déphasées. Les blocs « C » et « D » permettent de construire à partir de ces impulsions un signal dont on peut tirer le déphasage entre $u(t)$ et $u'(t)$. Les impédances d'entrée des entrées E et E' du bloc « D » sont considérées infinies. Les « impulsions » seront considérées ici comme des signaux rectangulaires de largeur temporelle Δt très faible devant T et de hauteur algébrique V (voir figure 16). Toutes les impulsions intervenant dans ce problème sont telles que $|V| \geq 5 \text{ V}$.

IV.C.1) Étude des blocs « A »

a) Représenter la caractéristique de transfert statique $u_s(\epsilon)$ d'un amplificateur opérationnel idéal de gain infini (cf. figure 17).

b) Justifier que le montage de la figure 18 s'appelle « comparateur à zéro ». On supposera pour la suite du problème que les résultats obtenus dans cette question en régime statique restent valables pour un signal sinusoïdal.

c) On considère le bloc « A » en entrée duquel on injecte le signal sinusoïdal $u = U \cos(2\pi ft)$.

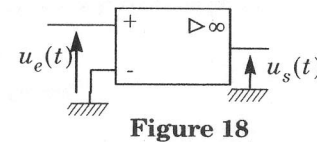


On note Δt la durée du basculement de la sortie de l'amplificateur opérationnel d'un état de saturation à l'autre. Tracer sur deux périodes la courbe représentative du signal $u_A(t)$. On indiquera soigneusement sur l'axe des temps les dates $t_1, t_2, \dots, t_8$ entre lesquelles la sortie de l'amplificateur opérationnel se trouve dans un état de saturation haut ou bas. On fera également figurer sur ce graphe la période T et la durée Δt .

IV.C.2) Étude des blocs « B ». On supposera que les valeurs des composants sont choisies de telle sorte que les amplificateurs opérationnels de ces blocs soient toujours en régime linéaire.

a) Établir l'équation différentielle qui relie $u_B(t)$ à $u_A(t)$.

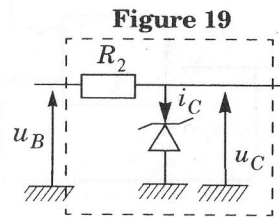
b) Tracer sur deux périodes la courbe représentative du signal $u_B(t)$. On reportera soigneusement sur l'axe des temps les dates $t_1, t_2, \dots, t_8$ définies en IV.C.1-c) et on fera figurer la période T et la durée Δt .



IV.C.3) Étude des blocs « C »

La figure 19 représente la structure d'un bloc « C » et la figure 20 la caractéristique d'une diode Zener « idéale ».

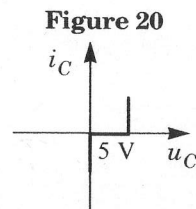
a) Établir, en tenant compte des impédances d'entrée infinies du bloc « D », la relation entre u_B, u_C et i_C .



b) Par un raisonnement graphique utilisant la caractéristique de la diode Zener montrer qu'un bloc « C » permet de transformer les impulsions positives d'amplitude supérieure à 5 V en impulsions d'amplitude 5 V et de ramener à la valeur nulle une impulsion d'amplitude négative.

c) Tracer sur deux périodes la courbe représentative du signal $u_C(t)$. On reportera soigneusement sur l'axe des temps parmi les dates $t_1, t_2, \dots, t_8$ indiquées sur le graphe du IV.C.1-c) celles qui sont pertinentes pour ce graphe.

IV.C.4) Étude du bloc « D » (bascule)



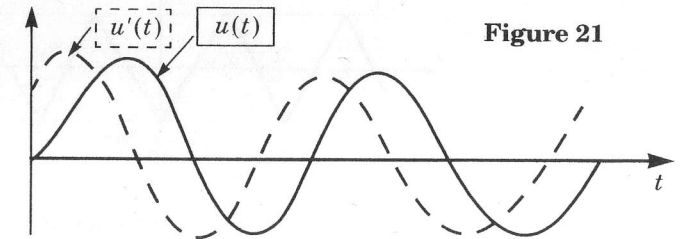
Les tensions appliquées en E et E' sont nulles (état « 0 ») sauf lors de brèves impulsions où elles valent +5 V (état « 1 »). La tension $u_D(t)$ au niveau de la sortie D vaut : soit 0 V (état « 0 ») soit +5 V (état « 1 »). Le fonctionnement de ce bloc « D », dépend de la valeur de la sortie D tel qu'indiqué ci-dessous :

- si la sortie D est dans l'état « 1 », alors le passage de E de « 0 » à « 1 » fait passer D à « 0 » mais aucun changement d'état de E' ne peut modifier D .
- si la sortie D est dans l'état « 0 », alors le passage de E' de « 0 » à « 1 » fait passer D à « 1 » mais aucun changement d'état de E ne peut modifier D .

a) La figure 21 représente les signaux $u(t)$ et $u'(t)$ sur deux périodes. Ils sont décalés de l'intervalle de temps τ .

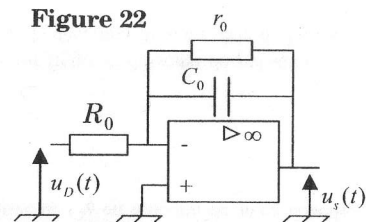
Exprimer ϕ en fonction de f et τ .

b) Reporter sur votre copie la figure 21. Sur ce même graphe tracer les courbes représentatives des signaux $u_C(t)$ et $u'_C(t)$. On supposera $\Delta t < \tau < T$ et on fera apparaître ces trois intervalles de temps sur l'axe des temps.



c) On considérera qu'à l'instant $t = 0$, la sortie D est dans l'état « 0 ». En dessous du graphe précédent, en respectant la même échelle des temps, reporter à nouveau $u_C(t)$ et $u'_C(t)$ et tracer la courbe représentative de $u_D(t)$. On fera apparaître les trois intervalles de temps $\Delta t, \tau$ et T sur l'axe des temps.

IV.C.5) On place à la sortie D le montage de la figure 22. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Montrer qu'en choisissant judicieusement le produit $r_0 C_0$ on peut obtenir pour $u_s(t)$ un signal proportionnel au déphasage ϕ .

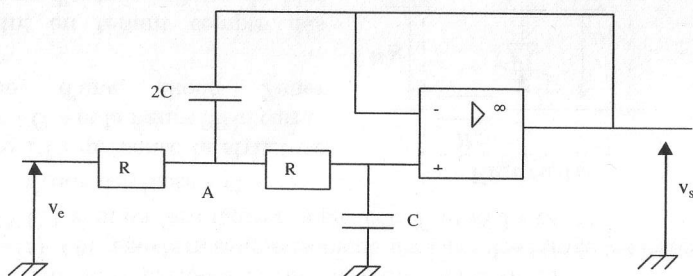


Problème 2 D'après ENSTIM PSI 99 (Epreuve spécifique)

III. ÉLECTRONIQUE

Les interactions entre les particules chargées et les détecteurs génèrent des signaux électriques qui doivent être sélectionnés et amplifiés. Il est donc nécessaire d'utiliser des montages électroniques sophistiqués. Le but de cette troisième partie est d'étudier un exemple simple de circuit électronique permettant de filtrer certains signaux et d'en éliminer d'autres.

On considère le circuit électronique suivant :



L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

III-1 : Étude en régime permanent sinusoïdal

La tension d'entrée est fournie par un générateur basse fréquence et s'écrit $v_e = E_m \cos \omega t$ où E_m est la valeur maximale et ω la pulsation de la tension d'entrée.

La tension de sortie sera notée $v_s = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ où V_m désigne la valeur maximale de la tension de sortie et φ le déphasage de celle-ci par rapport à la tension d'entrée.

L'étude mathématique du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe $\underline{v}_e$ et $\underline{v}_s$ pour ces deux tensions :

$$\underline{v}_e = E_m e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \underline{v}_s = V_m e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (\text{avec } j^2 = -1)$$

III-1-1 : Déterminer par des considérations physiques, de manière qualitative et sans calculs, la nature probable du circuit électronique proposé.

III-1-2 : Montrer que la fonction de transfert de ce circuit peut s'exprimer sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - 2(RC)^2\omega^2}$$

III-1-3 : Déterminer, en fonction de R, C et ω :

- le gain du filtre, noté $G(\omega)$.
- le déphasage φ , dont on donnera l'expression de $\tan \varphi$ et pour lequel on donnera l'intervalle de variation.

III-1-4 : On souhaite écrire la fonction de transfert sous forme normalisée :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + 2j\sigma \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Exprimer les constantes σ (coefficient d'amortissement du filtre) et ω_0 en fonction de R et de C. Justifier brièvement la nature du filtre.

III-1-5 : Donner, en fonction de $G(\omega)$, la définition du gain exprimé en décibels (dB), noté dans la suite G_{dB} . Déterminer le comportement asymptotique du gain en décibels G_{dB} , c'est-à-dire l'expression simplifiée de G_{dB} pour $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$.

Dans la suite, on considérera que $\omega \ll \omega_0$ si $\omega < \omega_0/10$ et que $\omega \gg \omega_0$ si $\omega > 10\omega_0$.

III-1-6 : Applications numériques : on donne $C = 1 \mu F = 10^{-6} F$ et $R = 100 \Omega$.

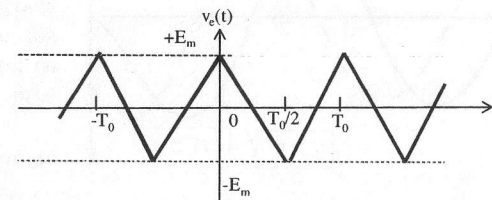
- Calculer ω_0 .
- Tracer, sur feuille millimétrée fournie avec l'énoncé (en page n° 19/20), le diagramme de Bode en amplitude du filtre, c'est-à-dire la courbe représentative de G_{dB} en fonction de ω en échelle logarithmique. On fera varier ω entre 10^2 et 10^6 rad.s^{-1} .
- Définir, puis calculer, la bande passante du filtre.

III-2 : Analyse de Fourier

La tension d'entrée est désormais une tension triangulaire (voir figure ci-dessous) de pulsation ω_0 (définie à la question (III-1-4)) et de période $T_0 = 2\pi/\omega_0$, dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$v_e(t) = \frac{8E_m}{\pi^2} \left[\cos \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\omega_0 t) + \dots \right]$$

E_m , valeur maximale de v_e , vaut ici $E_m = 1 \text{ V}$.



On constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est une fonction sinusoïdale du temps.

III-2-1 : Définir les termes : fondamental et harmonique de rang n.

III-2-2 : Déterminer la pulsation ω de la tension de sortie.

III-2-3 : Calculer numériquement la valeur maximale de la tension de sortie.

FIN