DS n° 2 φ - 4h

EVH IPC/09-10

*Les calculatrices sont **autorisées***

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques qui vous sembleront pertinents. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

Dans toute l'épreuve, ***exprimer*** signifie donner l'expression littérale et ***calculer*** signifie donner la valeur numérique.

Données numériques (toutes ne sont pas données avec la même précision) Pour le pb4

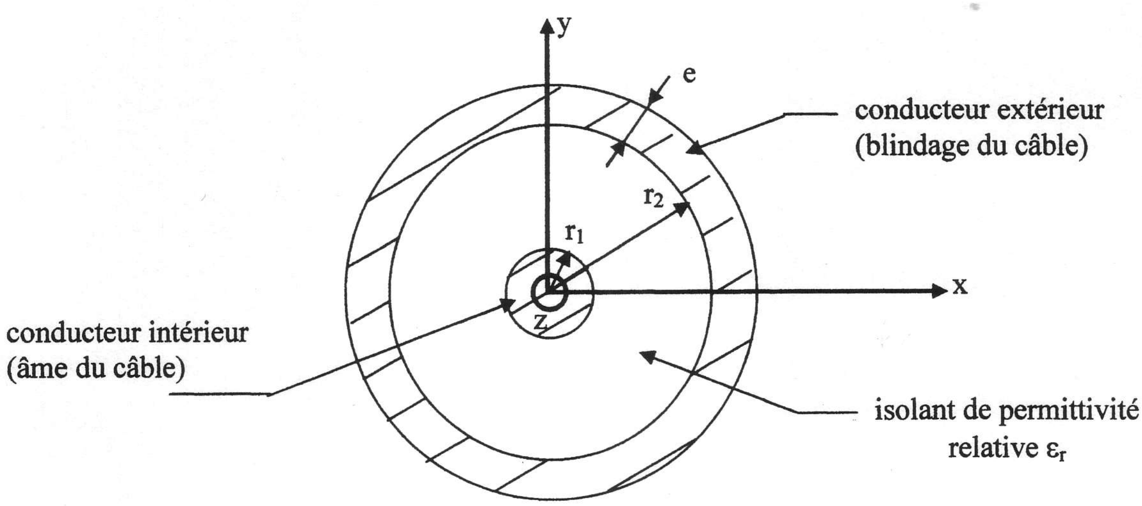
Masse de l'électron	$m = 0{,}911 \times 10^{-30}$ kg
Charge du proton	$e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s
Constante de Boltzmann	$k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J.K^{-1}
Rapport des masses proton/électron	$\dfrac{M}{m} = 1836$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1{,}26 \times 10^{-6}$ H.m^{-1}
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m.s^{-1}
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F.m^{-1}
Champ électrique d'ionisation de l'air	$E_{\text{disruptif}} \approx 10^{6}$ V.m^{-1}

Pb 1 Banque PT - Physique A - 2008

Paramètres primaires d'une ligne coaxiale

Un câble coaxial est constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1, r_2 et (r_2+e), et de longueur ℓ. La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie.**

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\varepsilon_r = 2{,}0$. On rappelle que la permittivité absolue ε de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\varepsilon = \varepsilon_0.\varepsilon_r$, la notation ε_0 désignant la permittivité absolue du vide.



Pour les applications numériques, on prendra: $r_1 = 0{,}15$ cm , $r_2 = 0{,}50$ cm , $\ell = 10$ m , $e = 0{,}10$ cm , $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} , $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F.m^{-1} .

1. Le conducteur **intérieur** est porté au potentiel $\mathbf{V_1}$ constant et le conducteur **extérieur au potentiel $\mathbf{V_2}$, qu'on suppose nul.** Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques $+Q$ et $-Q$, supposées uniformément réparties sur les **deux seules** surfaces des conducteurs qui sont de rayon $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$.

1.1. Montrer que le champ électrique est radial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit : $\vec{E} = E(r)\,\vec{u}_r$.

1.2.a. Etablir l'expression de E(r) en fonction de Q, de la permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0.\varepsilon_r$ de l'isolant, de r et de ℓ, en distinguant les trois cas : $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ et $r_2 < r < (r_2+e)$. Il est rappelé que l'expression de E(r) demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ε_o du vide par celle, ε , du matériau isolant

1.2.b. Montrer que, dans le domaine $r > (r_2+e)$, $E(r) = 0$.

1.3.a. Tracer le graphe de E(r).

1.3.b. Commenter **physiquement** les éventuelles discontinuités de E(r) à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et (r_2+e) .

1.4. Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q, $\varepsilon = \varepsilon_0.\varepsilon_r$, ℓ, r_1 et r_2 .

1.5. Montrer que la capacité par unité de longueur du câble coaxial, notée C_1 , est donnée par :

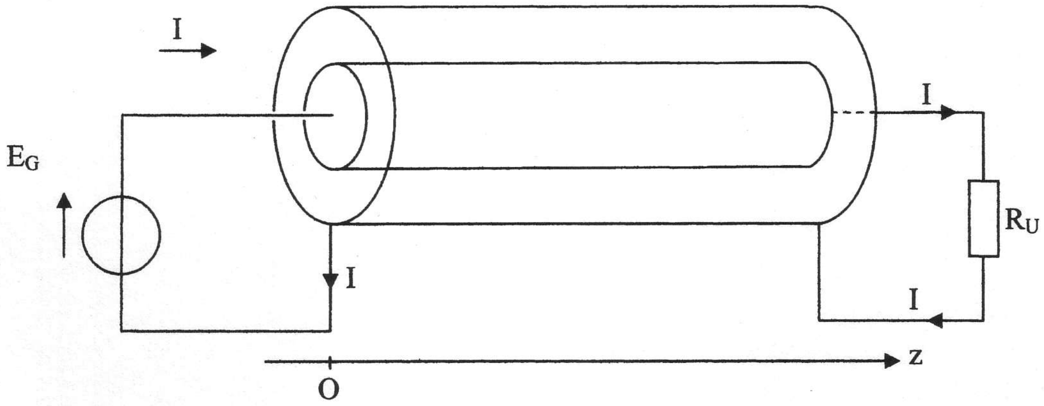
$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} .$$

1.6. En déduire **simplement** l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ.

1.7. Calculer la valeur numérique de C_1.

1.8. Calculer la valeur numérique de W_e pour une tension $U_{12} = 10$ V entre les armatures du câble.

2. Le câble coaxial est chargé (à sa sortie) par une résistance R_u et alimenté en entrée par un générateur de tension continue E_G.



Le conducteur intérieur constitue le conducteur aller du courant électrique d'intensité I.
Le conducteur extérieur constitue le conducteur retour de ce courant.

Les conducteurs sont parcourus dans toute leur épaisseur par des courants volumiques de densités uniformes $\vec{j}_1$ et $\vec{j}_2$, de même direction que Oz. On considère de nouveau que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie.**

2.1. Montrer que le champ magnétique est orthoradial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_\theta$.

2.2. Etablir les expressions de B(r), en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de e, en distinguant quatre domaines à définir.

2.3.a. Tracer l'allure du graphe de B(r).

2.3.b. Observe-ton des discontinuités de B(r) à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et $(r_2$+e) ? Aurait-on pu le prévoir avant de traiter les questions 2.1 à 2.2 ? Pourquoi ?

2.4.a. Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique en un point de l'espace, en fonction du champ magnétique en ce point.

Dans toute la suite, on néglige, notamment pour alléger les calculs, la part de l'énergie magnétique emmagasinée dans l'âme - région $r<r_1$ - et celle localisée dans le blindage - région $r_2 < r < (r_2+e)$ - du câble coaxial.

2.4.b. Exprimer, **dans ces conditions**, l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ, en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de ℓ.

2.5. En déduire l'expression de l'inductance propre du câble coaxial par unité de longueur notée L_1.

2.6. Calculer la valeur numérique de L_1.

2.7. Le câble coaxial est parcouru par un courant d'intensité I = 0,10 A.
Calculer la valeur numérique de l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial.

3. Les conducteurs intérieur et extérieur ont une conductivité $\gamma = 5{,}8.10^7$ S.m^{-1}.

3.1. Exprimer la résistance des conducteurs par unité de longueur, notée R_1, en fonction de γ, r_1, r_2, et de $r_3 = (r_2+e)$.

3.2. Calculer la valeur numérique de R_1.

3.3. On souhaite régler la tension E_G du générateur pour obtenir un courant d'intensité I = 0,20 A. La ligne est chargée par $R_u = 50\ \Omega$. Calculer la valeur numérique de E_G.

Pb 2 CCP 2006 - Physique 2 - MP

ELECTROMAGNETISME

Le problème d'électromagnétisme comprend deux parties indépendantes : le dipôle électrostatique et le dipôle magnétique.

Les grandeurs scalaires sont représentées par : a, b, AB, CD
Les grandeurs vectorielles sont en caractères gras : **a**, ***b***, **AB**, ***CD***
En notation complexe ces grandeurs sont soulignées : $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{AB}$, $\underline{CD}$, $\underline{\mathbf{a}}$, $\underline{\boldsymbol{b}}$, $\underline{\mathbf{AB}}$, $\underline{\boldsymbol{CD}}$
Notation du produit scalaire $(\mathbf{AB}\cdot\mathbf{CD})$ et vectoriel $(\mathbf{AB}\times\mathbf{CD})$ de deux vecteurs.

Relations d'analyse vectorielle :

f et g (fonctions scalaires); $\boldsymbol{G}$ (fonction vectorielle)

$$\mathbf{grad}\,(fg) = f\,\mathbf{grad}\,g + g\,\mathbf{grad}\,f$$
$$\mathrm{div}\,(f\boldsymbol{G}) = f\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{G} + (\mathbf{grad}\,f)\cdot\boldsymbol{G}$$
$$\mathbf{rot}\,(f\boldsymbol{G}) = f\,\mathbf{rot}\,\boldsymbol{G} + (\mathbf{grad}\,f)\times\boldsymbol{G}$$
$$\mathbf{rot}\,\mathbf{rot}\,(f\boldsymbol{G}) = \mathbf{grad}\,\mathrm{div}\,(f\boldsymbol{G}) - \Delta\,(f\boldsymbol{G})$$

Coordonnées sphériques: $\mathbf{grad}\,f$; $\mathrm{div}\,\boldsymbol{G}$; $\mathbf{rot}\,\boldsymbol{G}$

$$\mathbf{grad}\,f = \frac{\partial f}{\partial r}\boldsymbol{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\boldsymbol{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\boldsymbol{e}_\varphi$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{G} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2G_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta\,G_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial G_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\mathbf{rot}\,\boldsymbol{G} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(\sin\theta\,G_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial G_\theta}{\partial\varphi}\right)\boldsymbol{e}_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial G_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial(r\,G_\varphi)}{\partial r}\right)\boldsymbol{e}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(r\,G_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial G_r}{\partial\theta}\right)\boldsymbol{e}_\varphi$$

I. Le dipôle électrostatique

1. Doublet électrostatique - Moment électrique p d'un dipôle

On considère un ensemble de n charges ponctuelles q_i, situées aux points S_i dans un volume fini $\mathcal{V}$, telles que $\sum_{i=1}^{n} q_i = 0$. On désigne par $\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{n} q_i\,\boldsymbol{OS}_i$ le moment dipolaire de cette distribution, supposé non nul, O étant un point fixe appartenant à $\mathcal{V}$.

a. Vérifier que l'expression du moment dipolaire de cette distribution est indépendante du choix de l'origine O.

b. En déduire le moment dipolaire d'un doublet formé de deux charges ponctuelles $(-q)$ en S_1 et $(+q)$ en S_2 $(q>0)$.

c. Dans la molécule HF, la distance entre le noyau d'hydrogène et le noyau de fluor vaut : $d = 0{,}92\times10^{-10}$ m.

c.1. En première approximation, on suppose le caractère ionique de la liaison H-F avec transfert de l'électron de l'hydrogène sur l'atome de fluor. Cet électron étant associé à ceux du fluor, ils forment une sphère chargée négativement, centrée sur le noyau du fluor. Effectuer l'inventaire des charges (protons, électrons) présentes au niveau des noyaux d'hydrogène et de fluor dans la molécule HF. (*Numéro atomique du fluor* : 9)

c.2. Déterminer la valeur du moment dipolaire $\|\boldsymbol{p}\|$, en debye (D), de la molécule supposée à liaison ionique.

Données : *charge élémentaire* : $1{,}6 \times 10^{-19}$ C

debye : $1\ \mathrm{D} = \dfrac{1}{3}10^{-29}$ C.m

c.3. En réalité, le moment dipolaire électrique expérimental de la molécule vaut 1,83 D. On désigne par H et F les positions des noyaux d'hydrogène et de fluor respectivement, et par G le barycentre des charges électroniques de la liaison H-F. En déduire la distance *FG*.

2. Potentiel scalaire électrostatique $V(\mathrm{M})$

Les charges ponctuelles $(-q)$ et $(+q)$ d'un doublet sont placées respectivement aux points $S_1\,(0, 0, -\frac{a}{2})$ et $S_2\,(0, 0, +\frac{a}{2})$ du repère (O*xyz*) (cf. figure 1).

On désigne par $p = \|\boldsymbol{p}\|$, le moment dipolaire du doublet, par M, un point courant de coordonnées sphériques (r, θ, φ).

$\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta, \boldsymbol{e}_\varphi$ sont les vecteurs de base du système de coordonnées sphériques. On pose $r_1 = \|\boldsymbol{S_1M}\|$, $r_2 = \|\boldsymbol{S_2M}\|$, $r = \|\boldsymbol{OM}\|$ et $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OM}$

a. Exprimer le potentiel électrostatique $V(\mathrm{M})$ créé par le doublet, au point M, en fonction de q, r_1 et r_2.

b. Etablir son expression $V_d(\mathrm{M})$, pour un point M éloigné du doublet ($r \gg a$), en fonction de r, $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{p}$.

3. Champ électrostatique $\boldsymbol{E}$ (M)

a. Montrer que $\mathbf{grad}_\mathrm{M}\,(1/r^3)$ et $\mathbf{grad}_\mathrm{M}\,(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})$ s'expriment en fonction de r, $\boldsymbol{r}$ ou $\boldsymbol{p}$.

b. Déduire du potentiel $V_d(\mathrm{M})$ du dipôle, le champ électrostatique $\boldsymbol{E}(\mathrm{M})$ sous la forme :

$$\boldsymbol{E}(\mathrm{M}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{k_1(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\boldsymbol{r} - r^2\boldsymbol{p}}{r^5}\right]$$ où k_1 est un facteur numérique que l'on calculera.

c. Déterminer les composantes $(E_r, E_\theta, E_\varphi)$ du champ $\boldsymbol{E}(\mathrm{M})$ en coordonnées sphériques.

d. La direction du champ en M est repérée par l'angle $\beta = (\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{E}(\mathrm{M}))$. Quelle est alors la relation entre les angles β et θ ?

e. Calculer, dans le plan (*y*O*z*) limité au domaine $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, l'angle $\theta = \theta_1$ correspondant à un champ $\boldsymbol{E}(\mathrm{M})$ parallèle à l'axe O*y*.

4. Equipotentielles et lignes de champ

a. Qu'appelle-t-on surfaces équipotentielles ? Donner leur équation en coordonnées polaires pour ce dipôle.

b. Qu'appelle-t-on lignes de champ ? Donner leur équation en coordonnées polaires.

c. Tracer, dans le plan (*y*O*z*) limité au domaine $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, l'allure de deux lignes équipotentielles ($V_1 > 0$ et $V_2 > V_1$) et de deux lignes de champ.

5. Action d'un champ électrique extérieur uniforme $\boldsymbol{E}_\mathrm{e}$.

On applique dans l'espace un champ extérieur $\boldsymbol{E}_\mathrm{e}$.

a. Exprimer en fonction de $\boldsymbol{p}$ et de $\boldsymbol{E}_\mathrm{e}$, la force résultante $\boldsymbol{R}_f$ et le moment du couple $\boldsymbol{\Gamma}$ s'exerçant sur le dipôle.

b. L'énergie d'interaction U entre le dipôle et le champ extérieur $\boldsymbol{E}_\mathrm{e}$ étant définie par : $U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{e}$, étudier les orientations d'équilibre du dipôle et préciser leur stabilité.

II. Le dipôle magnétique

1. Spire circulaire de courant - Moment magnétique *m* de la spire

On considère une spire plane circulaire, d'axe Oz, de rayon R parcourue par un courant stationnaire d'intensité I. On posera : $z = OM_a$ (cf. figure 2).

a. Donner l'expression du moment magnétique $\boldsymbol{m}$ de cette spire en fonction de R, I et $\boldsymbol{e}_z$.

b. Déterminer, à l'aide de la loi de Biot et Savart, l'expression du champ magnétique $\boldsymbol{B}(\mathrm{M_a})$, créé par cette spire, en un point $\mathrm{M_a}(z)$ de son axe de révolution.

Ne pas traiter cette question

c. Retrouver ce résultat à partir de la relation :

$\boldsymbol{B}(\mathrm{M_a}) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\,\mathbf{grad}_{\mathrm{M_a}}\,\Omega_{\mathrm{M_a}}$ où $\Omega_{\mathrm{M_a}}$ est l'angle solide sous lequel on voit la spire du point $\mathrm{M_a}$.

d. En déduire le champ magnétique $\boldsymbol{B}(\mathrm{O})$ au centre O de la spire et $\boldsymbol{B}(z)$ en un point $\mathrm{M_a}(z)$ de l'axe Oz tel que $z \gg R$.

2. Potentiel vecteur magnétique $\boldsymbol{A}$(M).

HP → Prendre $\vec{A}(M) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{m}\wedge\vec{OM}}{OM^3}$

a. Donner l'expression du potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$(M), créé par la spire de courant, de moment magnétique $\boldsymbol{m}$, en un point M(r, θ, φ) éloigné à la distance $r = OM \gg R$ de la spire. (On l'explicitera en fonction de OM, $\boldsymbol{OM}$ et $\boldsymbol{m}$).

b. En déduire les composantes (A_r, A_θ, A_φ) du potentiel vecteur en coordonnées sphériques.

3. Champ magnétique $\boldsymbol{B}$(M)

a. Montrer que $\mathbf{grad}_\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{OM}\right) = k_2\dfrac{\boldsymbol{OM}}{OM^3}$ où k_2 est un facteur numérique que l'on déterminera.

b. Expliciter : $\mathrm{div}_\mathrm{M}\left(\dfrac{\boldsymbol{m}}{OM}\right)$, $\mathbf{rot}_\mathrm{M}\left(\dfrac{\boldsymbol{m}}{OM}\right)$ en fonction de OM, $\boldsymbol{OM}$, $\boldsymbol{m}$ et $\Delta_\mathrm{M}\left(\dfrac{\boldsymbol{m}}{OM}\right)$ sachant que $\Delta_\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{OM}\right) = 0$.

c. Etablir l'expression du champ magnétique au point M sous la forme :

$$\boldsymbol{B}(\mathrm{M}) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\,\mathbf{grad}_\mathrm{M}\left(\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{OM}}{OM^3}\right)$$

d. En déduire les composantes (B_r, B_θ, B_φ) du champ en coordonnées sphériques.

4. Action d'un champ magnétique extérieur $\boldsymbol{B}_\mathrm{e}$

Un dipôle magnétique, de moment magnétique $\mathcal{M}$, est placé dans le champ magnétique $\boldsymbol{B}_\mathrm{e}$ produit par la spire de courant précédente.

a. Formuler, en fonction de $\mathcal{M}$ et $\boldsymbol{B}_\mathrm{e}$, l'énergie potentielle d'interaction E_p et la force $\boldsymbol{F} = -\,\mathbf{grad}\,E_\mathrm{p}$ subie par le dipôle sous l'action du champ $\boldsymbol{B}_\mathrm{e}$.

b. Le dipôle de moment magnétique $\mathcal{M} = -\,\mathcal{M}\,\boldsymbol{e}_z$ est placé au point $\mathrm{M_a}$ sur l'axe Oz de la spire à une distance $OM_a = z$. Exprimer la force $\boldsymbol{F}(z)$ subie par le dipôle en $\mathrm{M_a}$ en fonction de μ_0, $\mathcal{M}$, I, R et z.

c. Quel est le travail W_0, que doit fournir un opérateur extérieur, pour amener ce dipôle de la position $z = z_0$ jusqu'au centre O de la spire ?

d. Montrer que, si $z_0 = 2\sqrt{2}\,R$, le travail s'exprime par la relation $W_0 = k_3\dfrac{\mu_0\mathcal{M}I}{R}$ où k_3 est un facteur numérique que l'on déterminera.

Pb3 CCP 2008 - Physique 1 - MP

– MÉCANIQUE –

Le but du problème est d'étudier un accélérographe construit à l'aide d'un oscillateur mécanique.
Les trois parties sont largement indépendantes.
Dans tout le problème on prendra pour l'intensité du champ de pesanteur terrestre $g = 9{,}8\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

I. Étude sommaire

Dans un référentiel R galiléen muni du repère cartésien $(\mathrm{O}, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, on considère un corps solide (S) de masse $m = 0{,}1$ kg et de centre d'inertie G pouvant se déplacer sans frottement solide le long de l'axe horizontal Ox (cf. figure 1) ; G est relié au point E par un ressort de raideur k ; (S) est en outre soumis à une force de frottement visqueux de la forme $-\beta\vec{V}(G)$ où $\vec{V}(G)$ est la vitesse de G par rapport à E.

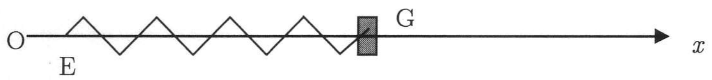


Figure 1

On repère la position de G par l'écart à la position d'équilibre l_o par la relation $x = \mathrm{EG} - l_o$.

1. Détermination des caractéristiques de l'oscillateur

Dans un premier temps, E est fixe en O.
On écarte G de sa position d'équilibre vers la droite, d'une distance $x_o = 10$ cm et on le lâche sans vitesse initiale.

1-a) Déterminer l'équation du mouvement ; on posera $\omega_o^2 = \dfrac{k}{m}$ et $2\lambda = \dfrac{\beta}{m}$.

1-b) Déterminer $x(t)$ dans le cas d'un régime pseudo-périodique.

1-c) La durée séparant 10 passages de G par la position d'équilibre, de droite à gauche, est $\Delta t = 12\,\mathrm{s}$. Par ailleurs, l'amplitude de la dixième oscillation est $x_1 = 7{,}5\,\mathrm{cm}$.
En déduire les valeurs de la pseudo pulsation, de β et de k.

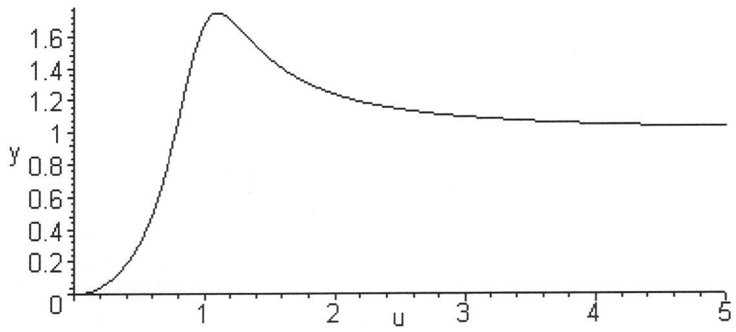
2. Mesure d'une accélération

Dans cette question le point E est solidaire d'un solide en vibration dans R. Sa position est donnée par $\overrightarrow{OE} = a\cos(\omega t)\vec{e}_x$.

2-a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

2-b) Déterminer $x(t)$ en régime forcé (ou permanent).

2-c) Le tracé de l'amplitude X_o des oscillations en fonction de la pulsation a l'allure suivante en coordonnées réduites $y = \dfrac{X_o}{a}$ en fonction de $u = \dfrac{\omega}{\omega_o}$:



Que représente le maximum de cette courbe ? Cette situation se présente-t-elle pour toute valeur du coefficient d'amortissement ?
Déduire graphiquement l'amplitude a dans le cas où, pour $\omega = 7$ rad.s^{-1}, on mesure $X_o = 0{,}2\,\text{m}$.

2-d) Exprimer puis calculer la puissance moyenne dissipée par les frottements.

II. Accélération radiale d'un satellite

Un satellite, de masse m_s, de centre d'inertie S, est en orbite circulaire autour de la terre de centre O, sa période est $T_o = 12$ h. Dans ce satellite un point matériel M de masse $m = 100\,\text{g}$ peut se déplacer sans frottements sur un axe Sx, fixe dans le satellite (cf. figure 3). En outre M est soumis à une force élastique qui dérive d'une énergie potentielle $E_p(x) = \dfrac{1}{2} m\omega_1^2 x^2$ avec $\omega_1 = 0{,}03\,\text{rad.s}^{-1}$ et $\overrightarrow{SM} = x\vec{e}_x$.
Rayon de la terre $R = 6400\,\text{km}$

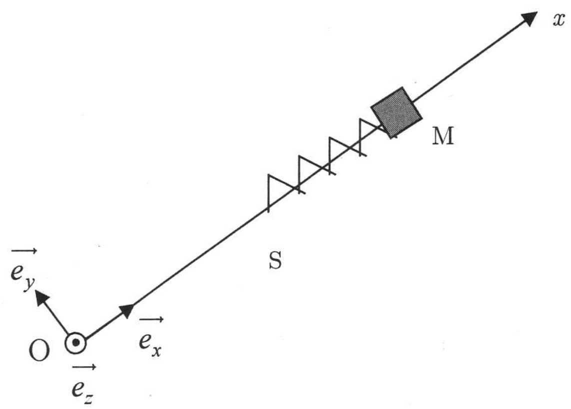


Figure 3

On pose r_o=OS et on désigne par R_S le référentiel lié au satellite muni du repère cartésien (S, $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).
Le référentiel R_g géocentrique est supposé galiléen.

1.

1-a) Déterminer la vitesse v_o du satellite en fonction de r_o, g et R.

1-b) En déduire l'expression de T_o en fonction de r_o, g et R. Calculer numériquement r_o, v_o et la vitesse angulaire ω_o du satellite dans R_g.

2. On étudie le mouvement de M dans le référentiel R_S.

2-a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

2-b) Donner une équation du mouvement approchée en considérant que $x << r_o$, en ne faisant intervenir que ω_0, ω_1, x et ses dérivées temporelles.

2-c) Montrer que M oscille et que sa période d'oscillation n'est quasiment pas affectée par la révolution du satellite.

2-d) Pourquoi ce dispositif est-il pertinent pour mesurer, s'il y a lieu, l'accélération radiale du satellite ?

Pb 4 Mines-Ponts 2007 - Physique II - PC

UN MODÈLE D' ATOME HYDROGÉNOÏDE

Le modèle d'atome d'hydrogène proposé par Niels BOHR s'appuie principalement sur les axiomes suivants : dans un référentiel galiléen,

i) l'électron décrit une trajectoire circulaire de rayon r sur laquelle il ne rayonne pas,

ii) l'électron échange de l'énergie avec l'extérieur lorsqu'il change de trajectoire circulaire,

iii) *axiome de quantification* : $mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$, où m et v désignent respectivement la masse et le module de la vitesse de l'électron, n un nombre entier naturel non nul et h la constante de Planck. À chaque valeur de l'entier n correspond une valeur du rayon r, de la vitesse v et de l'énergie, notées respectivement r_n, v_n et E_n.

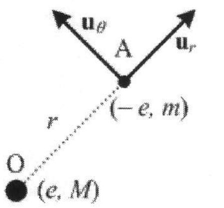


Fig. 1 : *Modèle planétaire de l'atome d'hydrogène.*

On considère (Fig. 1) un atome d'hydrogène constitué d'un proton (charge e, masse M) et d'un électron (charge $-e$, masse m). Le proton, situé en un point O, est supposé immobile ; l'électron, en A, est repéré par le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{OA}} = r\hat{\mathbf{u}}_r$ dans le repère polaire $(\hat{\mathbf{u}}_r, \hat{\mathbf{u}}_\theta)$ utilisé dans cette partie.

❑ **1** – Justifier l'unité de la constante h (J.s) qui figure dans le tableau de la page 1.

❑ **2** – Montrer que l'on peut négliger la force gravitationnelle devant la force électrostatique entre le proton et l'électron (la constante de la gravitation G peut s'estimer à partir de données, même approximativement connues).

❑ **3** – Établir que pour le mouvement circulaire de l'électron, $E_p + 2E_c = 0$, où E_c est l'énergie cinétique et E_p l'énergie potentielle (Théorème du viriel). Exprimer E_c de l'électron en fonction du rayon r de la trajectoire circulaire. Exprimer le rayon r_n en fonction de n et de r_1, correspondant à $n = 1$. En utilisant l'axiome de quantification, exprimer r_1 en fonction de ε_0, m, e et h. Calculer r_1.

❑ **4** – Calculer l'ordre de grandeur du champ électrique créé par le proton à la distance $r = r_1$. Comparer la valeur de ce champ électrique atomique à un champ électrique macroscopique, produit dans des conditions expérimentales que vous préciserez.

❑ **5** – En déduire l'énergie mécanique totale E de l'électron en fonction de n et des données ε_0, m, e et $\hbar$. L'origine des énergies pour l'électron correspond à l'état où l'électron est au repos à une distance infinie du proton. Écrire E sous la forme $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ en précisant l'expression de E_1. Interpréter le signe de E_n. On appelle « état fondamental » de l'atome l'état d'énergie minimale. Montrer que cet état correspond à E_1. Calculer E_1 en électron-volt.

❑ **6** –Exprimer la vitesse v_n en fonction de n et de v_1. Exprimer v_1. Calculer v_1 Comparer sa valeur à celle de c, vitesse de la lumière dans le vide. Conclure.

Texte introductif aux questions 7 à 10

Dans les questions suivantes, l'électron a une énergie totale minimale, ce qui correspond à l'état fondamental de l'atome. On assimile le mouvement de l'électron à une boucle de courant.

❑ **7** – L'électron en mouvement sur sa trajectoire circulaire peut être assimilé à un courant électrique. Exprimer I l'intensité équivalente de la boucle de courant. Calculer I.

❑ **8** – Calculer $B(\mathrm{O})$, valeur du « champ $\vec{\mathbf{B}}$ » créé au centre O de la trajectoire par le mouvement de l'électron.

❑ **9** – Donner l'ordre de grandeur des champs magnétiques les plus intenses actuellement réalisables. Comparer cet ordre de grandeur à la valeur numérique obtenue à la question 8.

❑ **10** – Si le modèle de Bohr a permis d'expliquer certaines caractéristiques des spectres de l'atome d'hydrogène, ce modèle, qui s'appuie sur la mécanique de Newton, n'a pu expliquer l'ensemble des propriétés des atomes. Ces dernières s'interprètent dans le cadre de la mécanique quantique. Rappeler en quelques mots les conditions de validité de la mécanique classique.

FIN