

PHYSIQUE I

Le problème s'intéresse à différents aspects de la polarisation de la lumière.
Les applications de ces phénomènes sont multiples et les dispositifs associés sont des composants de base dans les domaines de traitement et transmission de l'information par voie optique, comme par exemple l'affichage à cristaux liquides des calculatrices ou certains procédés de cinéma en relief.
Le problème comporte de nombreuses questions qualitatives pour lesquelles le candidat s'efforcera de répondre avec concision et précision.
Les parties II et III sont indépendantes.

À toute grandeur A variant sinusoïdalement au cours du temps sous la forme $A = A_0 \cos(\omega t - \varphi)$, on associera la grandeur complexe $\underline{A} = A_0 \exp(-i(\omega t - \varphi))$.

Les grandeurs soulignées sont complexes. Les vecteurs sont représentés en caractères gras. On rappelle la formule du double produit vectoriel :

$$\underline{a} \wedge (\underline{b} \wedge \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$$

Dans tout le problème, (O, x, y, z) représente un repère orthonormé, $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$ sont les vecteurs unitaires associés aux axes Ox, Oy et Oz . On notera ϵ_0 la permittivité électrique du vide, μ_0 la perméabilité magnétique du vide et c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.

Partie I - Phénomène de polarisation de la lumière

I.A - Onde électromagnétique plane progressive

Une onde électromagnétique plane, progressive, harmonique, se propage dans la direction définie par le vecteur unitaire $\underline{u}$ dans un milieu où la densité volumique de charges et le vecteur densité de courant sont nuls en tout point à tout instant. On écrit le champ électrique de cette onde, en notations complexes, sous la forme :

$$\underline{E}(M, t) = \underline{E}_0 \exp(-i(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r}))$$

où $\underline{r} = \underline{OM}$, O est un point fixe et $\underline{E}_0$ un champ uniforme ($\underline{E}_0 = \underline{E}_{0x}\underline{e}_x + \underline{E}_{0y}\underline{e}_y + \underline{E}_{0z}\underline{e}_z$, où $\underline{E}_{0x}, \underline{E}_{0y}$ et $\underline{E}_{0z}$ sont des grandeurs complexes).

Filière PC

I.A.1) Comment s'exprime le vecteur d'onde $\underline{k}$ en fonction de la longueur d'onde λ et du vecteur $\underline{u}$?
I.A.2) Exprimer, en notations complexes, le champ magnétique associé en fonction de $\underline{u}$ et de $\underline{E}_0$. Décrire la structure de l'onde électromagnétique.

I.A.3)

a) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\underline{R}$. Quelle est sa direction ? Que représente-t-il concrètement ?

b) On appelle « intensité lumineuse » I la valeur moyenne de la puissance surfacique de cette onde. En déduire l'expression de I en fonction de $E_0 = \|\underline{E}_0\|$, ϵ_0 et c .

I.A.4) Citer au moins deux situations expérimentales dans lesquelles il est indispensable de considérer le caractère vectoriel de la lumière et non simplement une représentation scalaire, comme c'est le cas pour l'étude des phénomènes d'interférence et de diffraction par exemple. } Ne pas traiter

I.B - États de polarisation des ondes électromagnétiques

On définit l'état de polarisation d'une onde électromagnétique à partir de l'évolution temporelle du champ électrique $\underline{E}$ en un point M donné.

I.B.1) Donner l'expression générale du champ électrique d'une onde plane, progressive, harmonique, polarisée rectilignement dans une direction quelconque et qui se propage dans le sens des z croissants, dans un milieu assimilé au vide.

I.B.2)

a) Donner l'expression générale du champ électrique d'une onde plane, progressive, harmonique, polarisée elliptiquement, qui se propage dans le sens des z croissants.

b) Déterminer le sens de polarisation (gauche ou droite) de l'onde dont le champ électrique s'écrit :

$$\underline{E}(M, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \underline{e}_x + E_{0y} \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{6}\right) \underline{e}_y,$$

On expliquera soigneusement le raisonnement en supposant E_{0x} et E_{0y} réels positifs.

c) À quelle(s) condition(s) une onde est-elle polarisée circulairement ?

I.B.3) Expliquer pourquoi la lumière émise par une source classique n'est pas polarisée (on l'appellera « lumière naturelle » dans la suite).

Partie II - Instruments et composants utilisés en optique anisotrope

II.A - Polariseur dichroïque et loi de Malus

II.A.1) Décrire une expérience permettant d'obtenir une onde lumineuse polarisée rectilignement et de l'analyser.

II.A.2) Le polariseur rectiligne utilisé dans cette question n'est pas idéal (par exemple le *Polaroid* utilisé en travaux pratiques). T_1 désigne le coefficient de transmission en énergie, selon la direction de transmission privilégiée du polariseur et T_2 le coefficient de transmission analogue, selon la direction perpendiculaire. On supposera $T_2 < T_1$. Une onde électromagnétique plane, polarisée rectilignement, arrive normalement sur la face d'entrée d'un *Polaroid* selon l'axe Oz ; le vecteur champ électrique de l'onde fait un angle θ avec la direction de transmission privilégiée du *Polaroid*, supposée parallèle à l'axe Ox .

Calculer le coefficient de transmission T en énergie de l'onde à travers ce *Polaroid* en fonction de T_1 , T_2 et de θ . Commenter en envisageant le cas particulier du polariseur idéal.

II.A.3) Une onde de lumière naturelle arrive normalement, selon l'axe Oz , sur un ensemble constitué de deux *Polaroids* identiques, disposés en série, perpendiculairement à l'axe Oz . Les directions de transmission privilégiée des deux polariseurs font un angle α . Les polariseurs ne sont pas idéaux ; ils sont caractérisés par les coefficients T_1 et T_2 définis précédemment.

a) On admet qu'on peut écrire le champ électrique complexe associé à la lumière naturelle sous la forme simplifiée

$$\underline{E}(M, t) = E_o \exp(-i(\omega t - kz - \varphi_x(t))) \underline{e}_x + E_o \exp(-i(\omega t - kz - \varphi_y(t))) \underline{e}_y$$

où les phases $\varphi_x(t)$ et $\varphi_y(t)$ varient très rapidement et de manière aléatoire au cours du temps.

Exprimer, pour un angle quelconque α , le coefficient de transmission en énergie T_α de l'ensemble des deux polariseurs en fonction de T_1 , T_2 et α .

On rappelle que les détecteurs optiques classiques ont un temps de réponse très grand devant la durée des trains d'onde de la lumière, et leur réponse est donc proportionnelle à la moyenne temporelle de l'intensité lumineuse captée.

b) En déduire, en fonction de T_1 et T_2 , le coefficient de transmission T_0 de l'ensemble des deux polariseurs quand $\alpha = 0$. En déduire de même, le coefficient de transmission T_{90} de l'ensemble des deux polariseurs quand $\alpha = 90^\circ$. Montrer que ces deux résultats étaient prévisibles sans calcul.

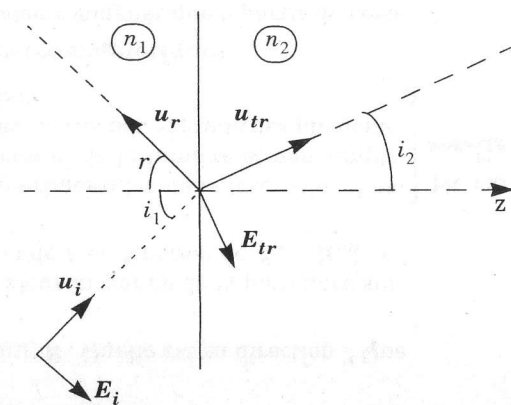
c) Montrer que, dans l'approximation $T_2 \ll T_1$, on retrouve la loi de Malus. Comment vérifier expérimentalement cette loi ?

II.A.4) Les constructeurs de tels polariseurs rectilignes donnent aussi comme caractéristique principale « la réponse spectrale » ; préciser cette notion en donnant la grandeur physique intervenant essentiellement dans ce critère.

II.B - Polariseurs à réflexion et transmission vitreuse

Une onde électromagnétique plane progressive harmonique de pulsation ω polarisée dans le plan d'incidence arrive sous un angle d'incidence i_1 sur un dioptre plan d'équation $z = 0$.

Ce dioptre sépare deux milieux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes et transparents d'indices respectifs n_1 et n_2 et donne naissance à une onde réfléchie et une onde réfractée (voir la figure ci-contre). Les angles i_1 , i_2 et r ne sont pas orientés et sont compris entre 0 et $\pi/2$.



II.B.1) On adopte le modèle microscopique d'optique moléculaire suivant : l'onde incidente pénètre dans le milieu (2) en se réfractant ; elle y excite des dipôles oscillants à la surface du milieu 2, dipôles dont le rayonnement crée l'onde réfléchie. On rappelle qu'un dipôle ne rayonne pas dans sa propre direction.

On suppose les lois de Descartes valables.

a) Prévoir, sans calcul, qu'il existe un angle particulier d'incidence, i_B , tel que l'onde réfléchie n'existe pas.

Cet angle est appelé « angle de Brewster » (Sir David Brewster, 1781-1868).

- b) Donner l'expression de i_B en fonctions des indices n_1 et n_2 .
- c) Expliquer pourquoi il n'existe pas si l'onde est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence.
- II.B.2) Donner la valeur de l'angle i_B dans le cas de la transmission air-eau. Prendre des valeurs numériques raisonnables pour les différents indices de réfraction.
- II.B.3) Sachant que pour $i_1 = i_B$ le coefficient de réflexion d'une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence n'est pas nul, quel est l'état de polarisation de la lumière réfléchie, dans le cas d'une onde incidente constituée par de la lumière naturelle et arrivant sous l'incidence i_B ?
- II.B.4) Justifier que cette propriété du phénomène de réflexion vitreuse constitue une méthode rapide de contrôle grossier, au laboratoire, de la direction de transmission privilégiée d'un *Polaroid*.

Partie III - Polarisation par diffusion

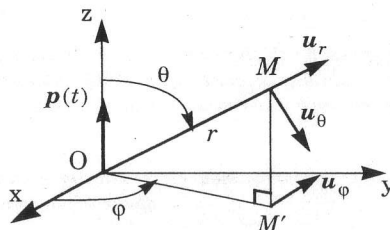
III.A - Dipôle oscillant

On considère un dipôle oscillant dans le vide, formé d'une charge élémentaire $-q$, immobilisée en un point O fixe et d'une charge $+q$, animée d'un mouvement oscillant le long de l'axe des z , selon la loi horaire :

$$z(t) = a_0 \cos(\omega t) \text{ avec } a_0 > 0.$$

On note $p_0 = ea_0$ ($|q| = e$).

On étudie le champ électromagnétique rayonné par ce dipôle en un point M défini par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) . On suppose que a_0 est très petit devant la longueur d'onde (hypothèse 1) et devant la distance r (hypothèse 2).



III.A.1) Quelles sont les significations des hypothèses (1) et (2) ? Montrer, en particulier, que l'hypothèse (1) impose une condition à la vitesse de déplacement de la charge mobile. Quel est le moment dipolaire $p(t)$ du dipôle oscillant ?

III.A.2) Montrer, par de simples considérations de symétrie, que le champ électrique au point M n'a pas de composantes selon u_φ et que le champ magnétique est porté par u_φ .

III.A.3) On se place en un point M de la zone de rayonnement du dipôle oscillant.

Dans ces conditions, le champ électromagnétique en M se met sous la forme (avec $k = \omega/c$) :

$$E(M, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2 p_0}{rc^2} \sin\theta \cos(\omega t - kr) u_\theta$$

$$B(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi rc} \sin\theta \cos(\omega t - kr) u_\varphi$$

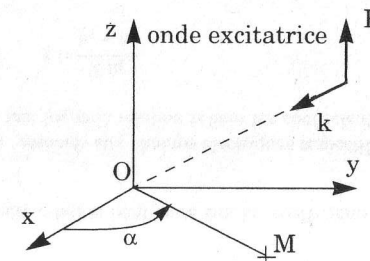
5/13

Préciser ce que veut dire « zone de rayonnement du dipôle oscillant ». Quelle est la structure locale de l'onde ? L'émission du dipôle est-elle isotrope ?

III.A.4) En se plaçant toujours dans la zone de rayonnement, donner l'expression du vecteur de Poynting $R(M, t)$. Déterminer l'expression de la puissance électromagnétique moyenne $\langle P_{em} \rangle$ traversant à grande distance une sphère de centre O et de rayon r . Cette puissance dépend-elle de r ? Comment peut-on interpréter cette propriété ?

III.B - Polarisation de la lumière diffusée

III.B.1) Une onde électromagnétique, plane progressive, polarisée rectilignement dans la direction de l'axe Oz se propage dans le sens des x croissants (on l'appellera dans la suite « onde excitatrice »). Elle induit, sur une molécule située au point O , un dipôle oscillant qui rayonne à son tour. Un observateur, muni d'un *Polaroid* (c'est-à-dire d'un polariseur rectiligne), se trouve en un point M du plan (xOy) . Il s'oriente pour ne recevoir que la lumière se propageant dans la direction OM .



L'observateur fait tourner le *Polaroid* dans le plan perpendiculaire à la ligne de visée OM , repérée par l'angle α . Que voit-il ?

- lorsque $\alpha = \pi/2$?
- lorsque α est quelconque mais non nul ?
- lorsque $\alpha = 0$?

III.B.2) L'onde excitatrice se propage toujours dans le sens croissant de l'axe (Ox) mais elle est maintenant non polarisée. L'observateur fait tourner le *Polaroid* dans le plan perpendiculaire à la ligne de visée OM , repérée par l'angle α . Décrire qualitativement ce qu'il voit quand $\alpha = 0$ et quand $\alpha = \pi/2$.

III.B.3)

- On observe, de jour, le ciel, à travers un *Polaroid* placé perpendiculairement à la direction de visée du soleil. Que voit-on quand on fait tourner le *Polaroid* ?
- On effectue la même observation dans le cas d'une direction de visée proche de celle du soleil. Que voit-on ?
- On regarde la lune, à travers un *Polaroid*, par une nuit de pleine lune. Que voit-on quand on fait tourner le *Polaroid* ?

Les calculatrices sont autorisées

Les deux problèmes sont indépendants.

Leur poids est approximativement 2/3 pour le premier et 1/3 pour le second.

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

PROBLÈME I - FIBRE OPTIQUE

Ce problème présente cinq questions indépendantes, bien que d'inégales longueurs. L'accent est notamment mis sur les propriétés des lames quart-d'onde antireflet qui, déposées sur les faces d'entrée et de sortie, conditionnent - comme dans tout système optique - la propagation d'une onde progressive. Le principe d'un capteur gyroscopique à fibre optique sera abordé pour terminer.

1) Equations de Maxwell et relations de passage

1.1.a) - Rappeler, en donnant leur nom, les 4 équations de Maxwell dans le vide (ni charges ni courants) caractérisé par sa permittivité diélectrique ϵ_0 et sa perméabilité magnétique μ_0 .

1.1.b) - Retrouver l'équation de propagation du champ électrique puis en déduire la vitesse de propagation c des ondes électromagnétiques dans le vide.

1.1.c) - Réécrire l'équation de Maxwell-Ampère dans le cas d'un milieu diélectrique linéaire homogène transparent, caractérisé par une permittivité diélectrique relative réelle ϵ_r .

1.1.d) - Définir alors la vitesse de propagation v d'une onde électromagnétique dans un tel milieu en fonction de $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, ϵ_0 et c .

- Comment appelle-t-on le rapport : $\sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$?

1.2) - Préciser les relations de passage pour le champ électromagnétique, à la surface de séparation entre deux milieux diélectriques, en l'absence de charges et de courants.

1.3) Le champ électrique d'une onde incidente se propage, selon un axe $x'x$, dans un milieu d'indice n_1 avec la vitesse de propagation v_1 en conservant une amplitude constante $\hat{E}$. Il est défini dans un repère cartésien orthonormé (O, x, y, z) par ses composantes, telles que :

$$\vec{E}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{E} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_1} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.3.a) - Préciser les trois caractéristiques principales de cette onde.

1.3.b) - Rappeler la relation de structure de l'onde plane progressive puis en déduire l'expression du champ magnétique $\vec{B}_i$ associé au champ électrique $\vec{E}_i$.

1.3.c) - Démontrer que la puissance moyenne incidente P_i rayonnée par cette onde à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation est donnée par la relation :

$$P_i = \frac{n_1 \hat{E}^2}{2 \mu_0 c} S$$

1.4) Cette onde vient frapper en $x = 0$ la frontière - constituée par le plan yOz - avec un second milieu d'indice n_2 , semi-infini pour $x > 0$ et dans lequel elle possède une vitesse de propagation v_2 .

1.4.a) - En écrivant le champ électrique réfléchi $\vec{E}_r$ et le champ électrique transmis $\vec{E}_t$ sous la forme :

$$\vec{E}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \hat{E} \cos \omega \left(t + \frac{x}{v_1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_t = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \hat{E} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_2} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

déduire des relations de passage en $x = 0$, une première relation liant entre eux les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ .

1.4.b) - Exprimer les champs magnétiques $\vec{B}_r$ et $\vec{B}_t$ associés aux champs électriques respectifs puis, toujours à l'aide des relations de passage, écrire une seconde relation reliant les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ .

1.4.c) - Démontrer alors que : $\rho = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ et $\tau = \frac{2 n_1}{n_1 + n_2}$

1.4.d) - La puissance moyenne réfléchie P_r et la puissance moyenne transmise P_t étant définies dans les mêmes conditions que la puissance moyenne incidente P_i en (1.3.c), exprimer le rapport $R = P_r / P_i$ puis le rapport $T = P_t / P_i$.

2) Lame antireflet

2.1) - La face d'entrée d'une fibre optique d'indice $N = 1,69$ est éclairée, en incidence normale, par un faisceau laser en transit dans l'air d'indice $n = 1$ (Figure 1). Calculer la valeur numérique des coefficients ρ et τ . En déduire la proportion d'énergie réfléchie par la face d'entrée et la proportion d'énergie transmise à la fibre optique.

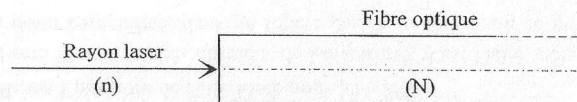


Figure 1

2.2) Une couche mince de cryolithe ($\text{Na}_3 \text{AlF}_6$) d'indice n' et d'épaisseur D égale au quart de la longueur d'onde λ de la lumière dans ce milieu, est déposée sur la face d'entrée de la fibre optique (Figure 2).

2.2.a) - Quelle relation y a-t-il, pour une onde de fréquence donnée, entre sa longueur d'onde λ dans un milieu d'indice n et sa longueur d'onde λ_0 dans le vide ?

2.2.b) - Exprimer, en fonction des indices n , n' et N , les coefficients de transmission en amplitude τ_1 , τ_2 , τ_3 et les coefficients de réflexion en amplitude ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , notés sur la figure 2.

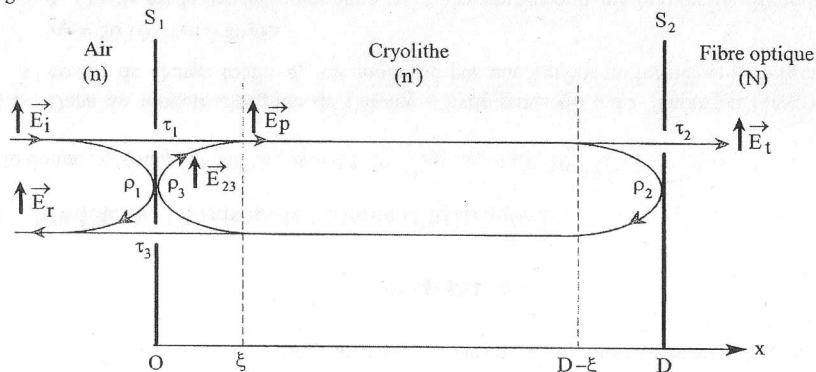


Figure 2

- τ_1 pour la transmission de l'air vers la cryolithe
- τ_2 pour la transmission de la cryolithe vers la fibre
- τ_3 pour la transmission de la cryolithe vers l'air
- ρ_1 pour la réflexion "air - cryolithe - air"
- ρ_2 pour la réflexion "cryolithe - fibre - cryolithe"
- ρ_3 pour la réflexion "cryolithe - air - cryolithe"

2.2.c) - Exprimer ρ_3 en fonction de ρ_1 .

2.3) Dans ce qui suit, tous les champs électriques seront décrits par leur composante algébrique, nommée E , selon l'axe de polarisation. Leur amplitude, indépendante du temps mais éventuellement complexe, sera notée $\hat{E}$ tandis que E en désignera le module.

Le champ électrique incident dans l'air à l'abscisse $x = 0$ sera désigné par E_i .

Il sera représenté en notation complexe par : $E_i(0, t) = \hat{E}_i e^{j\omega t}$, la lettre j désignant le nombre complexe de module unité et d'argument $\pi/2$.

Le champ électrique sortant, défini dans le verre, en $x = D = \lambda/4$, sera désigné par E_t .

A l'instant t , au voisinage de la surface S_1 à l'abscisse ξ tendant vers zéro, un champ électrique global E_p se propage dans le sens positif de l'axe. Il sera représenté, en notation complexe, sous la forme :

$$E_p(\xi, t) = \hat{E}_p e^{j\omega t}$$

Ce champ résulte de la superposition du champ $\tau_1 E_i$ et d'un champ E_{23} dont la valeur est égale à celle qu'avait E_p à l'instant $t - 2D/v$ (précédemment à un aller-retour à la vitesse de propagation v dans la cryolithe), atténuée par deux réflexions successives.

2.3.a) - En tenant compte du fait que $D = \frac{\lambda}{4}$, écrire l'expression complexe $E_{23}(\xi, t)$ en fonction de $E_p(\xi, t)$ et des coefficients ρ_2 et ρ_3 .

2.3.b) - Exprimer E_p en fonction de E_i et de E_{23} puis en déduire $\hat{E}_p$ en fonction de $\hat{E}_i$ et des autres données.

2.3.c) - Exprimer en conséquence le champ globalement réfléchi E_r au voisinage de l'abscisse $x = 0$ puis réduire son expression en fonction des seuls coefficients ρ_1 et ρ_2 et de E_i .
- En déduire une condition entre ρ_1 et ρ_2 qui permette d'annuler ce champ.

2.4.a) - Transposer la relation précédente en fonction des indices n , n' et N . Ce résultat serait-il modifié si l'on intervertissait les indices n et N ?

- Calculer la valeur numérique de l'indice de la cryolithe qui réalise cette condition.

2.4.b) - Quelle est alors la proportion d'énergie transmise à la fibre ?

2.4.c) - La face de sortie de la fibre est revêtue d'une même lame mince de cryolithe. Quelle est la puissance transmise en bout de ligne ? Conclure. Quelle est la valeur du coefficient de réflexion global de l'ensemble constitué par la fibre et les deux couches de cryolithe ?

3) Guidage par une gaine réfléchissante

Une fibre optique d'indice $N = 1,69$ et dont les faces d'entrée et de sortie ont subi le traitement antireflet décrit précédemment, est étirée (Figure 3) sous forme d'un cylindre de révolution d'axe Ox .

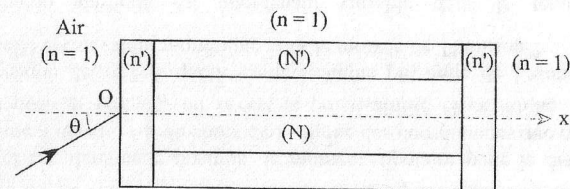


Figure 3

- Démontrer que l'angle de pénétration d'un rayon lumineux dans la fibre d'indice N est indépendant de la couche d'indice n' , quelle que soit son incidence initiale.

EPREUVE SPECIFIQUE – FILIERE MP

PHYSIQUE 2

Durée : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées.

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

Conformément à l'usage international, les vecteurs sont représentés en gras.

– PARTIE A –

1. Modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène

On donne : $1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

1.1 Dans un modèle classique de l'atome d'hydrogène, dû à J.J. Thomson (1895), le noyau positif de charge totale q_e est modélisé par une sphère uniformément chargée de rayon $a_0 = 50 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 50 \text{ pm}$.

1. Quelle est la densité volumique de charge correspondante (expression littérale et valeur numérique) ?
2. Expliciter en tout point de l'espace le champ $\mathbf{E}_{at}$ électrostatique créé par cette distribution de charge.

1.2 Un électron de masse m et de charge $-q_e$, supposé ponctuel, est placé au centre de cette distribution.

1. Montrer que, si l'on écarte l'électron de cette position d'une quantité $|\mathbf{r}| \leq a_0$, il est soumis à une force de rappel $\mathbf{F}_{at-e}$ que l'on explicitera.
2. Quelle est l'intensité de cette force pour $|\mathbf{r}| = 25 \text{ pm}$?
3. Quel sera le mouvement ultérieur de l'électron s'il est lâché, sans vitesse initiale, à partir d'un point caractérisé, dans un repère cartésien centré sur le noyau, par $\mathbf{r}_0 = (x_0, 0, 0)$, $0 \leq x_0 < a$?

1.3 On superpose au champ créé par le noyau, un champ uniforme $\mathbf{E}_a = E_a \mathbf{e}_x$.

1. Montrer que, si ce champ est suffisamment faible, l'électron prend une nouvelle position d'équilibre $\mathbf{r}'_0$ tout en restant lié au noyau.
2. Pour quelle valeur numérique maximum de E_a cette position existe-t-elle ?
3. Quel est, dans cette position, le moment dipolaire $\mathbf{p}$ de la distribution de charge ? Ce moment dépend-il du choix de l'origine des coordonnées que nous avons fait ?
4. On pose $\mathbf{p} = \alpha \epsilon_0 \mathbf{E}_a$ où α est la polarisabilité électronique. Quelle est la dimension physique de α ? A quelle caractéristique physique de l'atome peut-on la comparer ? Quelle est sa valeur numérique pour le modèle de Thomson ?

1.4 Le champ appliqué est maintenant variable dans le temps avec une pulsation ω , $\mathbf{E}_a(t) = E_a \cos(\omega t) \mathbf{e}_x$.

1. En négligeant tout autre effet éventuel et en supposant que le champ $\mathbf{E}_a(t)$ est d'amplitude suffisamment faible (inférieure à la valeur trouvée en 1.3.2), écrire l'équation du mouvement de l'électron sous l'action combinée des champs $\mathbf{E}_{at}$ et $\mathbf{E}_a$.
2. Donner sa solution en régime sinusoïdal permanent.
3. En déduire l'expression de la polarisabilité en fonction de la pulsation ω .
4. Représenter sommairement le graphe de la fonction $\alpha(\omega)$.

2. Onde électromagnétique dans un plasma

Un plasma est constitué de deux types de particules chargées. On notera respectivement n^+ et n^- la densité particulaire des charges positives et négatives. Dans le cadre d'une modélisation analogue à celle du modèle de Thomson, la distribution de charges positives est supposée uniforme dans l'espace. Les charges négatives (électrons) sont libres de se déplacer. A l'équilibre, la charge volumique $\rho = (n^+ - n^-)q_e$, le champ et le potentiel sont nuls en tout point. On suppose désormais que le déplacement des charges négatives se fait uniquement suivant la direction $\mathbf{e}_x$ et que les charges positives sont fixes dans le référentiel d'étude.

La perturbation évoquée ci-dessus est une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement selon Ox de pulsation ω dont le champ électrique s'écrit $\mathbf{E}_a(x, t) = E_a e^{-i(\omega t - kx)} \mathbf{e}_x$. La vitesse des particules chargées restant faible par rapport à celle de la lumière, on néglige dans la suite l'effet du champ magnétique sur leur mouvement. On néglige également toute dissipation d'énergie. Dans ces conditions, la propagation d'une onde de pulsation ω obéit à l'équation de

d'Alembert où l'on a simplement remplacé la permittivité du vide ϵ_0 par la valeur

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \text{ avec } \omega_p = \sqrt{\frac{n \cdot e^2}{m \epsilon_0}}$$

1. Ecrire l'équation de d'Alembert pour une onde plane polarisée du type donné et en déduire la relation de dispersion $k(\omega)$.
2. Expliciter pour une telle onde, les vitesses de phase et de groupe.
3. Montrer que ne peuvent se propager que des ondes dont la fréquence est supérieure à une certaine valeur ω_c que l'on explicitera.
4. A.N. Le plasma ionosphérique correspond à une densité électronique $n^- = 10^{12} \text{ m}^{-3}$. Calculer la fréquence de coupure en dessous de laquelle les ondes ne peuvent le traverser. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe cette fréquence ?
5. En tenant compte du modèle proposé, expliquer ce que deviennent les ondes qui ne peuvent se propager dans ce plasma.

13/13

7/ N