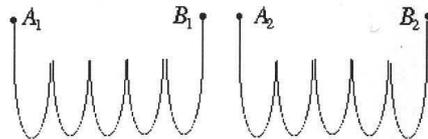


Exercices  
**Electromagnétisme**  
 Ondes électromagnétiques

**Exo 1** Mesure d'une mutuelle

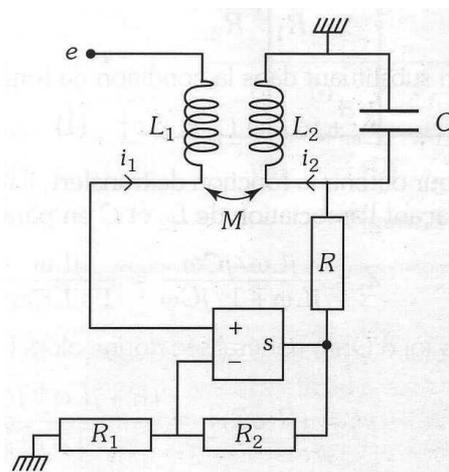
Deux bobines identiques sont disposées l'une en face de l'autre.



On réunit  $B_1$  et  $A_2$ , le dipôle électrique entre  $A_1$  et  $B_2$  équivaut à  $10\ \Omega$  et  $90\ \text{mH}$  en série. Sans déplacer les bobines, on réunit  $B_1$  et  $B_2$ , le dipôle électrique entre  $A_1$  et  $A_2$  équivaut à  $10\ \Omega$  et  $70\ \text{mH}$  en série. En déduire la résistance et l'inductance de l'une des bobines et la mutuelle inductance entre les deux.

Comment effectuer simplement les mesures dont parle l'énoncé ?

**Exo 2** Oscillateur à inductance mutuelle



Dans le circuit ci-dessus, les deux bobines ont la même inductance propre  $L$  et une inductance mutuelle  $aL$  pour l'orientation des courants  $i_1$  et  $i_2$  traversant les bobines choisies sur la figure.

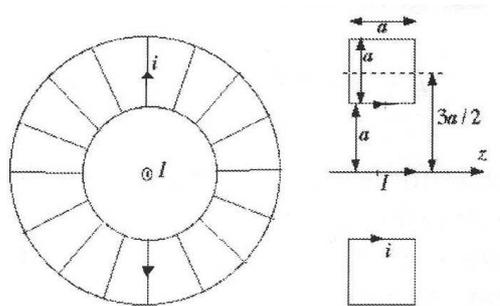
Déterminer la fonction de transfert  $v_e/v_s$  en régime sinusoïdal forcé, puis l'équation différentielle déterminant  $v_s(t)$  connaissant  $v_e(t)$ .

À quelle condition sur  $a$  le système peut-il osciller ? À quelle fréquence ?

Il arrive que le circuit n'oscille pas. Dans ce cas il oscille lorsqu'on retourne une des bobines. Interpréter.

### Exo 3 Pince ampèremétrique

Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté  $a = 5$  cm, d'axe  $Oz$  et de rayon moyen  $3/2 a$  sur lequel on a bobiné  $N$  spires régulièrement espacées. Ce circuit de résistance  $R$  est fermé sur un ampèremètre de résistance négligeable.



On cherche à mesurer l'intensité efficace d'un fil parcouru par un courant  $I(t) = I_m \cos(\omega t)$  à l'aide de la pince ampèremétrique. Pour cela on place le fil, supposé infini, de manière à ce qu'il soit confondu avec l'axe  $Oz$  de la pince.

1. Expliquer qualitativement pourquoi il apparaît un courant  $i(t)$  dans les spires de la pince ampèremétrique ?
2. Calculer le champ magnétique total créé par  $I(t)$  et  $i(t)$  à l'intérieur du tore.
3. En déduire la fonction de transfert  $\underline{i}/\underline{I}$ . Simplifier en supposant  $N$  très grand.
4. Conclure sur l'intérêt du dispositif.

### Exo 4 Variations sur un thème de Laplace

Le circuit des rails de Laplace est fermé sur une résistance  $R$ , une inductance  $L$ , un condensateur  $C$  et un générateur de tension  $E$  constante en série. La piste forme un plan incliné d'un angle  $\alpha$  dans le champ de pesanteur  $g$ . La tige mobile de masse  $m$  est en outre accrochée à un ressort de raideur  $k$  et soumise à un frottement fluide de coefficient  $\lambda$ . Mettre en équations le problème et donner les pistes à explorer pour le résoudre.

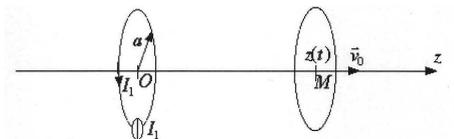
### Exo 5 Frein de camion

Une spire circulaire homogène de conductrice de rayon  $a$ , de résistance  $R$ , de self négligeable et d'axe  $Ox$  est placée à une distance  $d \gg a$  d'un aimant  $\vec{m}$  qui tourne sans frottement autour de l'axe  $Oz$  perpendiculaire à  $Ox$ . On repère la rotation de  $\vec{m}$  par l'angle  $\theta$  entre  $\vec{m}$  et l'axe  $Ox$ . On note  $J$  le moment d'inertie de l'aimant.

Montrer que l'aimant subit un couple  $\vec{\Gamma}$  qui tend à le ralentir. Expliquer comment adapter ce principe au freinage des camions.

### Exo 6 Deux spires en interaction

On considère deux spires de même axe  $Oz$ , de même rayon  $a$ . La première est immobile en  $z = 0$  et parcourue par le courant stationnaire  $I_1$  délivré par un générateur de courant idéal. La seconde est libre de se déplacer en translation selon  $Oz$ , son centre est à la cote  $z$ , sa masse est  $m$  et sa résistance électrique est  $R$ . A l'instant initial  $t = 0$ , on lance la seconde spire à partir de  $z = z_0$  avec la vitesse  $v_0$ .



On rappelle que le champ magnétique créé par la première spire en un point proche de l'axe (et l'on suppose que c'est valable à la distance  $a$  de l'axe) est, en coordonnées cylindriques :

$$\vec{B}_1 = \mu_0 a^2 I_1 \left( \frac{1}{2z^3} \vec{e}_z + \frac{3r}{4z^4} \vec{e}_r \right)$$

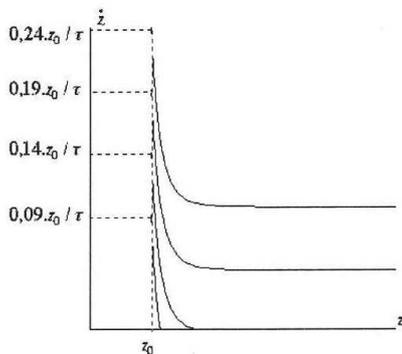
On néglige l'effet de la pesanteur.

Décrire qualitativement les phénomènes guidant l'évolution de la spire. Exprimer la f.e.m. et le courant dans la spire. Faire le bilan des forces de Laplace et établir l'équation différentielle vérifiée par  $z(t)$ . La mettre sous la forme :

$$\ddot{z} = -\frac{z_0^8}{\tau} \frac{\dot{z}}{z^8}$$

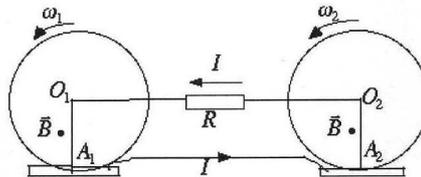
où  $\tau$  est une constante dont on donnera l'expression.

Dans l'espace des phases, il y a deux types de trajectoires. Déterminer la valeur critique de  $v_0$  correspondant à la bifurcation entre les deux types de comportements (voir le graphe ci-dessous). Donner le plus d'explications possible.



### Exo 7 Couplage de deux roues de Barlow

On couple deux roues par une résistance selon le montage ci-dessous et on note  $I$  le courant induit.



A  $t = 0$  les vitesses angulaires sont  $\omega_1(0) = \omega_0$  et  $\omega_2(0) = 0$ . Décrire qualitativement ce qui va se passer. Mettre en équations l'évolution du dispositif. Résoudre le système obtenu. Faire un bilan d'énergie entre  $t = 0$  et  $t = \infty$ .

### Exo 8 Moteur synchrone

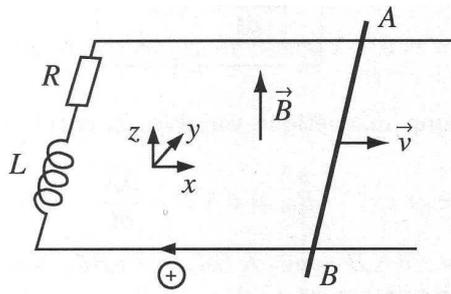
On place trois bobines en  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  sommets d'un triangle équilatéral de centre  $O$  et d'axes respectifs  $A_1O$ ,  $A_2O$  et  $A_3O$ , parcourues par les courants  $I_1 = I_M \cos(\omega t)$ ,  $I_2 = I_M \cos(\omega t - 2\pi/3)$  et  $I_3 = I_M \cos(\omega t - 4\pi/3)$ .

La bobine en  $A_k$  crée en  $O$  un champ magnétique  $\vec{B}_k = \alpha I_k \frac{\vec{OA}_k}{\|\vec{OA}_k\|}$ , où  $\alpha$  est une constante. Exprimer le champ total en  $O$  et montrer qu'il s'agit d'un champ « tournant » de module constant, tournant à vitesse constante autour de l'axe  $Oz$  perpendiculaire en  $O$  au plan du triangle.

On place en  $O$  un dipôle magnétique, dont le seul degré de liberté est une rotation autour de  $Oz$ ; son moment dipolaire a un module constant  $M$ . On envisage la possibilité d'un mouvement à vitesse angulaire constante et l'on note  $\omega't + \theta_0$  l'angle que fait le dipôle avec  $OA_1$ . Quel est le couple instantané exercé par le champ sur le dipôle et quelle est sa moyenne temporelle? Pourquoi parle-t-on de moteur synchrone? Quel est son inconvénient majeur? Comment le moteur s'adapte-t-il à l'effort à fournir (caractérisé par un couple moyen négatif)? Montrer que le moteur cale si l'effort demandé est trop grand.

### Exo 9 Modèle simpliste de dynamo auto-entretenue

Une tige de masse  $m$  se déplace sans frottement à la vitesse  $v$  orthogonalement à deux rails parallèles horizontaux distants de  $l$  et reliés par une bobine de résistance  $R$  et d'inductance  $L$ ; le tout est placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, orthogonal au plan des rails et de module  $B$ . On note  $I$  le courant qui circule dans ce circuit.



Donner deux équations différentielles liant  $v$  et  $I$ . Montrer que :

$$\frac{d}{dt} \left( mv^2 + \frac{1}{2} LI^2 \right) = -RI^2$$

et commenter.

On admet désormais que le champ  $B$  n'est pas créé par des aimants ou bobines extérieures au dispositif, mais par le courant  $I$  lui-même, par l'intermédiaire de la bobine, grâce à une disposition particulière non représentée sur la figure. Le champ est donc proportionnel à l'intensité  $I$  et on a disposé la bobine de sorte que la constante de proportionnalité soit négative ; on note donc  $B = -\alpha I/l$  et on admet que les équations précédentes restent valables. À l'instant initial la vitesse est  $v_0$  et l'intensité  $I$  est nulle.

Éliminer  $dt$  entre les équations et montrer que :

$$\frac{1}{2} \alpha LI^2 = m \left[ R(v - v_0) - \frac{\alpha}{2} (v^2 - v_0^2) \right]$$

Dans un diagramme  $v - I$  dessiner l'ellipse des points qui vérifient cette relation. Au vu des équations différentielles précédentes, indiquer par des flèches dans quel sens on se déplace sur cette ellipse.

À quelle condition, à partir des conditions initiales  $v = v_0$  et  $I = 0$ , le système peut-il spontanément créer un courant ? On dit alors qu'on a affaire à une dynamo auto-entretenue.

Montrer qu'il faut en fait partir d'un courant initial peut-être infime mais non nul. Quel phénomène peut créer ce micro-courant initial ?