D Diffraction | EVH/PC/09-10

exercice 1 **Diffraction du son.**

Mon appartement a des murs très épais ; j'ouvre la fenêtre dont la largeur est de l'ordre du mètre. Dans un immeuble éloigné, un sinistre individu passe du rap à donf sur sa chaîne. Je ne suis pas en face de la fenêtre, mais à 45° par rapport à sa normale. Entends-je quelque chose ? Si oui, plutôt des graves ou des aigus ?

L'enceinte destinée aux basses d'une chaîne Hi-Fi peut être placée n'importe où, car son émission est pratiquement isotrope. Justifier.

exercice 2 **Diffusion ou réflexion.**

Une onde plane monochromatique arrive sous incidence normale sur un miroir plan carré de côté a (de l'ordre du décimétre). Calculer l'intensité de l'onde diffractée, donner la largeur angulaire du maximum principal et retrouver les lois de SNELL-DESCARTES.

On remplace le miroir par une surface rugueuse modélisée par une juxtaposition de carrés de côté a de l'ordre de la longueur d'onde. Après avoir montré que les différents carrés se comportent comme des sources secondaires incohérentes, répondre aux mêmes questions et expliquer le mécanisme de la diffusion de la lumière.

exercice 3 **Apodisation d'une tache de diffraction.**

Calculer la figure de diffraction à l'infini obtenue avec une fente très longue de largeur a avec $-a/2 < x < a/2$ caractérisée par un facteur de transmission $t(x) = \cos(\pi x/a)$ (largeur du maximum central, évaluation de la valeur du premier maximum secondaire). Quel est l'intérêt de ce dispositif ?

exercice 4 **Pouvoir de résolution d'un télescope.**

On rend compte ici des propriétés d'un téléscope de diamètre D en l'assimilant à un diaphragme rectangulaire (très long dans la direction de Oy et de largeur D dans la direction de Ox) accouplé à une lentille convergente de distance focale f' et de foyer F'. La lumière est filtrée, on la considère comme monochromatique. Dans le plan focal, la tache de diffraction est concentrée sur l'axe $F'X$ et l'éclairement y dépend de X. On observe une étoile double formée de deux étoiles, supposées ici de même puissance, dans le plan Oxz et faisant avec Oz deux petits angles $\pm\theta/2$. Tracer sommairement la courbe donnant l'éclairement $\mathcal{E}(X)$ pour $\theta = 0,8\,\lambda/D$, pour $\theta = \lambda/D$ et pour $\theta = 2\,\lambda/D$. Conclure en introduisant la notion de pouvoir séparateur. Que risque-t-il de se passer si une étoile est bien moins lumineuse que l'autre et pour $\theta = 1,5\,\lambda/D$? Comment faudrait-il faire évoluer la tache de diffraction d'une seule étoile pour pallier cet inconvénient ?

exercice 5 **Optimisation d'un diaphragme.**

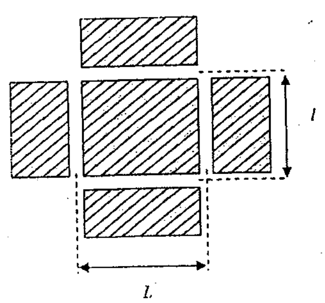
On considère un miroir sphérique de rayon R éclairé par un faisceau parallèle à son axe optique. Soit le rayon incident qui se trouve à une distance r de l'axe, en remarquant que l'angle d'incidence est $\sin\theta = r/R$, trouver la position du point A_r où le rayon émergent coupe l'axe, puis celle du point H_r où il coupe le plan focal. En déduire la position du foyer F et que $FH_r = r^3/2R^3$ en se limitant à l'ordre 3.

En lumière monochromatique, donner l'ordre de grandeur du rayon de la tache de diffraction dans le plan focal si le miroir est diaphragmé par un cercle de rayon a. Montrer qu'il existe une valeur optimale pour a et la calculer pour R=1 m et λ=0,5 μm.

exercice 6 **Quite elementary, my dear Watson !**

On oberve la figure de diffaction à l'infini obtenue par un diaphragme inconnu mais dont on sait qu'il contient deux trous identiques. La souce monochromatique, de longueur d'onde λ, est à l'infini. L'écran d'observation est dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f'. La figure obtenue est la suivante.

Quelle est la forme des trous ? Quelle est leur position relative ? On donne $L = 11,5\,\text{mm}$, $\ell = 11,3\,\text{mm}$, $f' = 1\,\text{m}$ et $\lambda = 630\,\text{nm}$, quelles sont les dimensions des trous et leur distance ?



exercice 7 Filtrage spatial.

On réalise un montage de diffraction à l'infini avec un diaphragme rectangulaire très allongé dans la direction Oy et de petite largeur a dans la direction de Ox, placé entre deux lentilles convergentes de même distance focale f d'axes confondus Oz. La source est un segment lumineux dont un élément de longueur dx_S à l'abscisse x_S émet une puissance $L(x_S)$. Montrer que l'éclairement de l'écran est :

$$\mathcal{E}(x) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} L(x_S)\,\mathrm{snc}^2\left(\pi\,\frac{a\,(x+x_S)}{\lambda\,f}\right)\,\mathrm{d}x_S$$

On remplace la fonction $\mathrm{snc}^2(u)$ par $S(u)$ telle que $S(u) = 1$ pour $|u| < \pi$ et $S(u) = 0$ ailleurs. Justifier que c'est raisonnable. Calculer $\mathcal{E}(x)$ si $L(x_S) = 1+\cos(2\,\pi\,x_S/d)$ et le mettre sous la forme $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_m\,[1+V\,\cos(2\,\pi\,x/d)]$. A quelle condition l'éclairement est-il uniforme ? On remplace $L(x_S)$ par une fonction périodique de période d ; en pensant à FOURIER repondre à la même question. Expliquer le terme de filtrage optique.

exercice 8 Divergence d'un faisceau laser.

Un faisceau laser de longueur d'onde λ=680 nm est émis à travers un trou circulaire de rayon a=2 mm. Un tel faisceau n'est pas parallèle ; expliquer pourquoi. Les rayons font avec l'axe un angle $\alpha < \alpha_m$; donner un ordre de grandeur de α_m.

Lorsqu'un faisceau se propage dans un milieu non-linéaire d'indice $n = n_0 + \beta\,\mathcal{E}$, il n'y a plus divergence si l'éclairement $\mathcal{E}$ dépasse un seuil $\mathcal{E}_S$. Interpréter en disant que les rayons subissent une réflexion totale à la périphérie du cylindre de rayon a et donner l'ordre de grandeur de $\mathcal{E}_S$.

exercice 9 Strioscopie et contraste de phase.

Une fente très longue, de largeur $2\,a$, éclairée par un faisceau plan orthogonal monochromatique, est recouverte d'une lame de verre d'indice n et d'épaisseur variable (ce qui modélise un défaut) selon la loi :

$$e(x) = e_m + e_0\,\cos(2\,\pi\,x/l)$$

où $l \ll a$ et $e_0 \ll \lambda$. Montrer qu'en bonne approximation le coefficient de transmission est de la forme :

$$t(x) = t_1\,[1 + 2\,\jmath\pi\frac{(n-1)\,e_0}{\lambda}\,\cos(2\,\pi\frac{x}{l})]$$

On réalise avec ce dispositif une expérience de diffraction à l'infini. Montrer qu'on observe trois taches disjointes, très petites, centrées en trois points notés M_0, M_1 et M_2. Calculer les amplitudes complexes $\underline{A}_0$, $\underline{A}_1$ et $\underline{A}_2$ aux centres des trois taches.

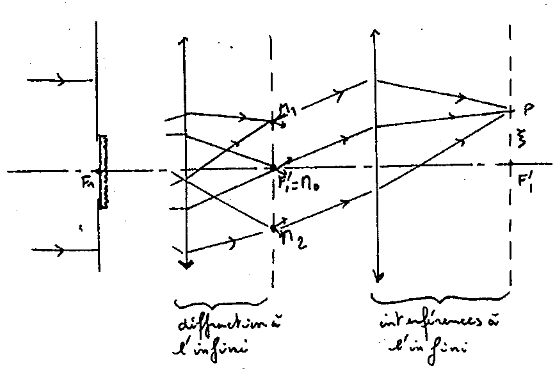
Ces trois points sont assimilés à trois sources ponctuelles d'amplitudes complexes $\underline{A}_0$, $\underline{A}_1$ et $\underline{A}_2$ avec lesquelles on réalise une expérience d'interférences à l'infini. Calculer l'amplitude complexe à l'abscisse ξ dans le plan focal de la lentille utilisée à cet effet et monter que l'on retrouve, à un facteur de dilatation près, la fonction $t(x)$ fonction qui donne un contraste quasi-nul (et même nul, si l'approximation n'avait pas été faite !)

On reprend l'expérience d'interférences en plaçant une pastille opaque sur la tache centrale M_0. Comment est modifié le résultat ? Montrer que le défaut est visualisé mais avec une faible luminosité et en perdant son signe.

La pastille est remplacée par une pastille transparente qui déphase de $\pi/2$. Comment est modifié le résultat ? Où est l'amélioration ? On calculera le contraste.

La pastille déphase de $\pi/2$ et divise l'amplitude par N ? Mêmes questions. Avec n=1,25, λ=500 nm, N=100 et un contraste minimum décelable de 1%, calculer le e_0 minimum décelable et s'extasier.

Le schéma du montage est le suivant



Comprendre sans calculs : On suppose ici que le diaphragme est dans le plan focal-objet de la première lentille et que le défaut est ponctuel. Tracer le trajet à travers les deux lentilles d'un rayon passant à côté du défaut, d'un rayon arrivant sur le défaut et diffracté par lui. Expliquer alors le rôle de la pastille opaque.